This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

TG
327
D4

$B 26 233

YC 13002

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
Received August, 1900.
Accession No. 80693. Class No.

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
Received August, 1900.
Accession No. 80693. Class No.

Beitrag

zu den

Gewölbekonstruktionen

von

Ludwig Debo,
Geheimer Regierungsrath, Baurath und Professor a. D.

Mit 23 Text-Abbildungen und
einem Atlas von 22 Blatt Zeichnungen.

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF CALIFORNIA

Hannover 1899.
Schmorl & von Seefeld Nachf.
(Inh.: C. & G. Knothe).

TG327
D4

80693

Druck von Th. Schäfer in Hannover.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

§ 1. Die Unrichtigkeit, bezw. fehlerhafte Anwendung der neueren Gewölbetheorie 1

§ 2. Die Drucklinie und deren Konstruktion 2

§ 3. Einwirkung der Hintermauerung auf die Standfähigkeit der Gewölbe 11

§ 4. Einwirkung der excentrischen Druckwirkung in den Gewölben 19

§ 5. Gottgetreu's Gewölbetheorie 23

§ 6. Hagen's Gewölbetheorie 27

§ 7. Erfahrungs-Resultate und empirische Regeln in Betreff der Gewölbe-Konstruktionen 30

§ 8. Stärken-Ermittelung der Gewölbe 39

§ 9. Gewölbe mit hoher Uebermauerung 55

§ 10. Flachbogige Kreisgewölbe, sowie liegende Ellipsen- und Korbbogen-Gewölbe 59

§ 11. Spitzbogen-Gewölbe, sowie stehende Ellipsen- und Korbbogen-Gewölbe 77

§ 12. Kreuzgewölbe 92

§ 13. Die Widerlager 97

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

§ 1.

Die Unrichtigkeit, bezw. fehlerhafte Anwendung der neueren Gewölbetheorie.

In mehreren neuern Lehr- und Hülfsbüchern ist das einzuschlagende Verfahren zur Ermittelung der Standfähigkeit der Gewölbe vorgetragen, wie folgt:

Man konstruire in dem Profile des projectirten, auf seine Standfähigkeit zu untersuchenden Gewölbes die möglichst günstige Drucklinie. Fällt dieselbe mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen, wirkt also der Druck centrisch, so ist zu jeder Seite die Hälfte der, nach der zulässigen Druckbeanspruchung sich ergebenden Stärke abzutragen. Weicht aber die Drucklinie von der Mittellinie ab, so ist, gemäss der Navier'schen Elasticitätstheorie, die Gewölbestärke so zu bemessen, dass auf jeder Seite des mittleren Kernes, in welchem die Drucklinie verläuft, die Randstärke mindestens gleich der Kernstärke ist. Beträgt die ganze Stärke das Dreifache des Kernes, wirkt also die Mittellinie des Druckes excentrisch in $^1/_3$ der Gewölbestärke, so ist alsdann der Druck an der einen Leibung gleich Null, und an der anderen Leibung gleich dem Doppelten des gleichmässig vertheilten Druckes. Dieser doppelte Druck darf die zulässige Druckbeanspruchung nicht überschreiten.

Zur Erläuterung dieser Theorie ist derselben die Zeichnung eines Gewölbeprofiles beigefügt, der Art wie Abb. 1 Blatt 1 zeigt: ein Halbkreisgewölbe von gleicher

Stärke, freistehend, ohne Hintermauerung und ohne fremde Belastung, so dass also das Gewölbe nur seine Eigenlast zu tragen hat. In dem Profile ist die Drucklinie und der Mittelkern eingezeichnet und zu jeder Seite des Mittelkerns eine dieser Kernbreite gleiche Randbreite zugesetzt. Darnach ergiebt sich die Gewölbestärke zu etwa $^1/_5$ des lichten Gewölbe-Durchmessers, oder $\frac{1}{2^1/_2}$ des Halbmessers.

Diese Stärke ist aber offenbar viel zu gross. Für ein halbkreisförmiges Kirchengewölbe von 12 m Durchmesser, ohne fremde Belastung, berechnet sich darnach die Gewölbestärke zu $\frac{12\text{ m}}{5} = 240\text{ cm}$; es sind aber solche Gewölbe in grosser Zahl, sowohl im Mittelalter als auch bei neueren Bauten in der geringen Stärke von 12 bis 15 cm, wenigstens in dem obern Theile, ausgeführt und haben sich als völlig standfähig erwiesen.

Darnach ergiebt sich, dass die obige Theorie für den vorstehend bezeichneten Fall kein richtiges Resultat liefert. Der Grund der Unrichtigkeit liegt in folgenden zwei Umständen. Erstens berücksichtigt die vorstehende Theorie nicht den ganz wesentlichen Einfluss der Hintermauerung, und zweitens ist die Anwendung der gewöhnlichen Navierschen Elasticitätstheorie auf Mauerwerk unrichtig. — Der Beweis davon wird nachfolgend gegeben werden.

---

§ 2.

Die Drucklinie und deren Konstruktion.

Die Drucklinie (auch Stützlinie, Mittelkraftlinie, Mittellinie des Druckes u. s. w. genannt) ergiebt sich durch die Aneinandertragung der Mittelkraftlinien aus dem Horizontalschube und dem Gewichte der einzelnen Gewölbetheile,

und zwar als Polygon. Werden die Gewölbetheile sehr klein angenommen, so ergiebt sich leicht die den Polygonseiten entsprechende Curve (Druckcurve oder Stützcurve). Die Polygonseiten sind die Tangenten dieser Curve, und sie ergeben die Richtungen des Druckes. Für die statische Untersuchung der Gewölbe ist gemeinlich die Konstruktion des Polygons (Mittelkraftlinie, auch Mittellinie des Druckes, oder Mitteldrucklinie auch kurz Drucklinie benannt) genügend. Einige Autoren unterscheiden Drucklinie und Stützlinie. Die erstere hat ihre Brechpunkte in den Schwerlinien der Gewölbelamellen, die letztere in den Fugen der Gewölbeschichten. Beide Linien fallen nahe zusammen und deshalb genügt die Konstruktion der Drucklinie.

Die Konstruktion der Drucklinie dient zur Untersuchung der Standfähigkeit der Gewölbe. Ein Gewölbe ist nur dann standfähig, wenn sich in demselben eine Drucklinie konstruiren lässt, die von den beiden Leibungslinien noch um ein genügendes Maass entfernt bleibt.

Zwischen den beiden Rändern, also in dem Mittelkerne ist die Konstruktion einer grossen Zahl von Drucklinien möglich, je nachdem man die Angriffspunkte (Drehpunkte) im Scheitel und am Widerlager annimmt. Es muss nun durch Verschiebung der Angriffspunkte am Scheitel und am Widerlager die günstigste Drucklinie ausfindig gemacht werden, nämlich entweder diejenige, welche der Mittellinie des Gewölbes am nächsten kommt, wenn die geringste Stärke des Gewölbes erzielt werden soll, oder diejenige, welche auf die geringste Widerlagerstärke führt.

Die Körper leisten den angreifenden Kräften den ihnen innewohnenden grössten Widerstand, darum ist es zulässig, den günstigsten Fall als wirklich vorhanden anzunehmen.

Wegen Konstruktion der Drucklinie ist das zu untersuchende, vorläufig projectirte Gewölbe in Abschnitte (Lamellen) abzutheilen. Bei Gewölben, welche nur ihre Eigenlast, also keine fremde Last zu tragen haben, empfiehlt es sich die Lamellen radial zu machen, wie Abb. 1

Abb. 1.

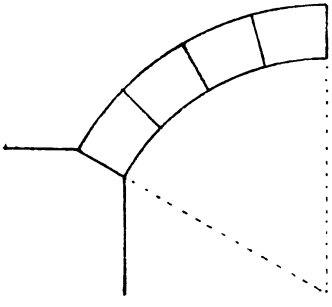
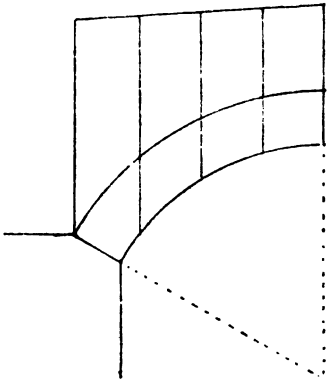


Abb. 2.



zeigt. Bei Gewölben aber mit fremder Belastung ist es vorzuziehen, die Lamellen vertikal zu machen, wie Abb. 2 zeigt. Dabei ist die fremde Belastung, reducirt auf Mauerwerk von gleichem Eigengewichte wie das Gewölbemauerwerk, als Fläche über der Zeichnung des Gewölbes aufzutragen.

Zur Erleichterung der Berechnungen empfiehlt sich vorerst nur mit den Flächeninhalten, nach Quadrat-Meter zu rechnen und die Länge des zu untersuchenden Gewölbes, rechtwinklig zur Stirnfläche, zu 1 m anzunehmen. Alsdann entspricht 1 qm der Stirnfläche einem Mauerkörper von 1 cbm.

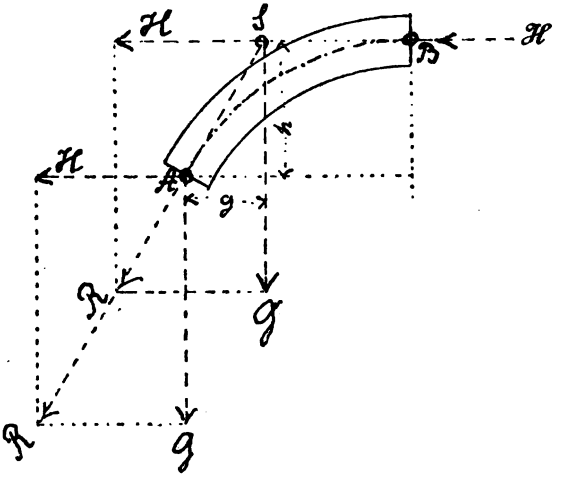
Bei symmetrisch geformten und symmetrisch belasteten Gewölben genügt es die Untersuchung, also auch die Kon-

struktion der Drucklinie, auf eine Hälfte zu beschränken. Bei unsymmetrisch geformten und unsymmetrisch belasteten Gewölben muss aber die Untersuchung auf das ganze Gewölbe erstreckt werden.

Es müssen nun die Flächeninhalte der einzelnen Lamellen und deren Schwerlinien ermittelt werden. Durch Summirung der ersteren ergiebt sich der Flächeninhalt der ganzen Gewölbehälfte, bezw. des ganzen Gewölbes.

Sodann ist die Schwerlinie der Gewölbehälfte zu ermitteln um den Horizontalschub des Gewölbes zu erlangen. Nach Ausweis der Abb. 3 ergeben sich folgende Beziehungen.

Abb. 3.



AB sei die Drucklinie der zu untersuchenden Gewölbehälfte; *SG* die Schwerlinie derselben. Der Angriffspunkt des Horizontalschubes *H* sei im Scheitel bei *B*, und der Drehpunkt am Widerlager bei *A* angenommen. Der Horizontalschub *H* schneidet in seiner Richtung die Schwerlinie *SG* im Punkte *S*. Auf diesen selben Punkt *S*

muss auch der Widerlagerdruck von A aus gerichtet sein, damit Gleichgewicht stattfinde. Somit ist SA die Richtung der letzten Tangente der Drucklinie vor dem Widerlager. Wird nun nach einem beliebig angenommenen Kräfte-Maassstabe der Flächeninhalt (bezw. das Gewicht) G der Gewölbehälfte vom Punkte S bis G abgetragen, sodann durch G eine Horizontale bis zu Linie SAR gezogen, so bezeichnet die Linie GR, gemessen nach dem gleichen Kräfte-Maassstabe, gemäss dem Gesetze vom Parallelogramm der Kräfte, den Horizontalschub H, und die Resultante SR der beiden Seitenkräfte G und H, also die Grösse des Gewölbedruckes auf das Widerlager, sowie die Richtung dieses Druckes.

Es ergiebt sich darnach:

$$H : G = g : h,$$

$$\text{also} \quad H \cdot h = G \cdot g,$$

$$\text{demnach} \quad H = \frac{G \cdot g}{h}.$$

Darin bedeutet:

H den Horizontalschub;

G das Gewicht bezw. den Flächeninhalt der Gewölbehälfte;

g die rechtwinklige Entfernung der Schwerlinie SG von dem Drehpunkte A, also den Hebelarm von G, demnach $G \cdot g$ das Moment des Gewichtes G;

h die vertikale Höhe der Horizontale BS von der Horizontalen des Drehpunktes A, also den Hebelarm von H, demnach $H \cdot h$ das Moment des Horizontalschubes.

Die Resultante SR zerlegt sich in dem Widerlagerpunkte A in die beiden Seitenkräfte woraus sie entstanden ist, G und H. Es wirkt also in dem Widerlagspunkte A der gleiche Horizontalschub H, wie im Scheitel bei B. Dieser Horizontalschub H ist in allen Punkten des Gewölbes von B bis A von gleicher Grösse.

Die Resultante $R(SR)$ der beiden Seitenkräfte G und H ist

$$R = \sqrt{(G^2 + H^2)}.$$

Zur Ermittelung des Horizontalschubes H ist erforderlich die Lage der Schwerlinie SG und darnach die Grösse des Hebelarmes g zu ermitteln. Diese Ermittelung kann in verschiedener Weise ausgeführt werden, entweder durch Rechnung oder durch graphisches Verfahren, wie die folgenden Beispiele zeigen.

1. Beispiel, Ermittelung der Schwerlinie SG durch Rechnung, unter Bezugnahme auf Abb. 2 Blatt 1, gezeichnet in $^1/_{50}$ d. w. Gr.

Darin sind die angenommenen Lamellen, sowie die Schwerlinien derselben angegeben. Die Berechnung der Momente ist auf die Mittellinie des Gewölbes BC bezogen. In der 1. Rubrik der folgenden Tabelle sind die in der Zeichnung eingeschriebenen laufenden Nummern der Lamellen angesetzt; in der 2. Rubrik die Flächeninhalte der Lamellen und deren Summe; in der 3. Rubrik die Hebelarme, bezogen auf die Mittellinie; in der 4. Rubrik die Momente und deren Summe.

Nr.	Flächen qm	Hebelarm m	Momente qm · m
1	1,202	0,36	0,4327
2	1,296	1,07	1,3867
3	1,480	1,81	2,6788
4	1,775	2,54	4,5085
5	2,254	3,26	7,3480
6	2,626	3,96	10,3990
	$G = 10{,}633$		26,7537

Darnach berechnet sich der Hebelarm von G zu $\frac{26{,}754}{10{,}633} = 2{,}52$, und da die Entfernung des Drehpunktes A von der Mittellinie $= 4{,}06$ m ist, so ist $g = 4{,}06 - 2{,}52 = 1{,}54$ m.

Sonach berechnet sich der Horizontalschub H nach vorstehender Gleichung

$$H = \frac{G \cdot g}{h} = \frac{10{,}63 \cdot 1{,}54}{2{,}32} = 7{,}05.$$

Nunmehr ist der Kräfteplan zu Abb. 2 nach dem angenommenen Kräfte-Maassstabe, im vorliegenden Falle 5 mm = 1 qm (1 cbm) zu zeichnen. Auf der Vertikalen ba sind die Flächen (Gewichte) der einzelnen Lamellen abzutragen, so dass also die Linie ab die ganze Fläche des halben Gewölbes darstellt Auf der durch b gezogenen Horizontalen ist das vorstehend ermittelte Maass des Horizontalschubes H von b bis O abzutragen, dann ist O der Pol des Kräfteplanes, und die von diesem Pole gezogenen Strahlen Ob, O_1, O_2, ... O_6 sind die Mittelkräfte aus Gewicht und Horizontalschub H der einzelnen Lamellen; sie bezeichnen die Richtung und Grösse der Mittelkräfte, sowie auch die Tangenten der Drucklinie. Die Drucklinie zwischen den Drehpunkten A und B ergiebt sich sonach durch Eintragung der Parallelen der vorbenannten Strahlen in das Gewölbeprofil.

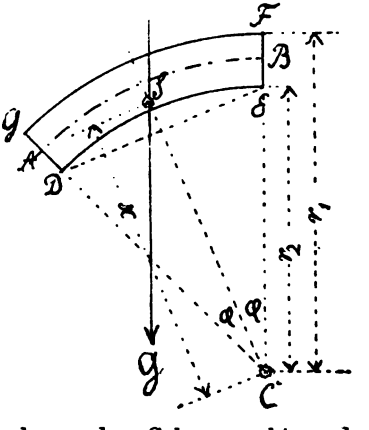
Den Pol kann man anstatt der vorbesprochenen Berechnung auch graphisch bestimmen, indem man den Schnittpunkt S der durch den Drehpunkt B gelegten Horizontale mit der Schwerlinie SG bestimmt, und auf diesen Punkt S die letzte Resultante AS zieht, zu dieser sodann im Kräfteplane eine Parallele aO zeichnet; der Schnittpunkt derselben mit der Horizontalen bO ist der gesuchte Polpunkt.

2. Beispiel, Ermittelung der Schwerlinie SG durch graphisches Verfahren, unter Bezugnahme auf Abb. 3 Blatt 1, gezeichnet in 1/50 d. w. Gr.

Darin sind die Lamellen und deren Schwerlinien ebenso gezeichnet wie im 1. Beispiele.

Man konstruirt zunächst eine Hülfs-Drucklinie, indem man nach Schätzung, nach dem Augenmaasse, die Schwerlinie $S_1 G_1$ annimmt, auf den Schnittpunkt S_1 der Horizontalen BS_1 mit der angenommenen Schwerlinie $S_1 G_1$ die Linie AS_1 zieht und zu dieser im Kräfteplane zu Abb. 3 die Parallele aO_1 zeichnet. Der Schnittpunkt O_1 wird als Pol für die zu zeichnende Hülfs-Drucklinie angenommen, und nach dessen Strahlen die Hülfs-Drucklinie BA_1 in dem Gewölbeprofile oder unter demselben eingezeichnet. Der Schnittpunkt S der beiden äussersten Tangenten ergiebt die Lage der wahren Schwerlinie. Auf den Durchschnittspunkt S derselben mit der Horinzontalen BS wird sodann die Resultantenlinie AS, und im Kräfteplane die Parallele dazu durch a gezogen. Der Durchschnittspunkt dieser Parallele mit der Horizontalen bO ergiebt den wahren Pol O, zu dessen Strahlen die Parallelen als Tangenten der wirklichen, durch die Drehpunkte A und B gehenden Drucklinie zu zeichnen sind.

Abb. 4.



3. Beispiel. Für ein kreisförmiges Gewölbe von gleicher Stärke und ohne fremde Belastung, $DEFG$ der nebenstehenden Abb. 4, kann der Schwerpunkt und

damit die durch denselben vertikal gerichtete Schwerlinie SG auch bestimmt werden nach der Formel

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin \varphi}{\varphi} \cdot \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}.$$

Darin bedeutet r_1 den Halbmesser der äusseren Leibungslinie; r_2 den Halbmesser der inneren Leibungslinie; φ den halben Mittelpunktswinkel; und x die Entfernung des Schwerpunktes S vom Mittelpunkte C.

4. Beispiel. Für ein 1/2 Stein starkes kreisförmiges Gewölbe von gleicher Stärke und ohne fremde Belastung, auch für 1 Stein starke dergleichen Gewölbe mit einem Radius von nicht unter 3 m kann der Schwerpunkt der Mittellinie des Gewölbes AB der vorstehenden Abb. 4 berechnet werden nach der Formel

$$x = r \cdot \frac{\sin \varphi}{\varphi}.$$

Für den Winkel $\varphi = 22^1/_2{}^0$ ergiebt sich also

$$\sin 22^1/_2{}^0 = r \cdot 0{,}3827,$$

$$\text{Bogen } \varphi = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{16} = \frac{r \cdot \pi}{8},$$

$$\text{demnach } \quad x = r \cdot \frac{8 \cdot 0{,}3827}{\pi} = r \cdot 0{,}975,$$

also ist die Entfernung des Schwerpunktes von der Bogenlinie $AB = r \cdot 0{,}025$.

Zeigt die konstruirte Drucklinie einen ungünstigen Verlauf, so muss durch Verschiebung der Drehpunkte am Widerlager und am Scheitel eine günstiger verlaufende Drucklinie ausfindig gemacht werden. Man muss also alsdann neue Drucklinien konstruiren. Dafür ist zu bemerken,

dass, wenn das Gewicht unverändert bleibt, dann auch dessen Schwerlinie unverändert bleibt, sonach die Konstruktion der neuen Drucklinie erleichtert ist.

---

§ 3.

Einwirkung der Hintermauerung auf die Standfähigkeit der Gewölbe.

In Abb. 4 Bl. 2 ist im Maassstabe von $^1/_{25}$ d. w. Gr. ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe $ABDE$ dargestellt von 6,0 m lichten Durchmesser, mit gleicher Dicke $AE = BD$ von $^1/_{17}$ der lichten Weite, also 35,3 cm; ganz freistehend, ohne Hintermauerung und ohne fremde Belastung. In demselben ist konstruirt die Drucklinie DFE. Dieselbe berührt bei D und E die äussere Leibung und bei F die innere Leibung. Es ist das die einzig mögliche innerhalb der beiden Leibungslinien, denn bei Verschiebung der Drehpunkte D und E tritt die darnach konstruirte Drucklinie über die Leibungslinie hinaus.

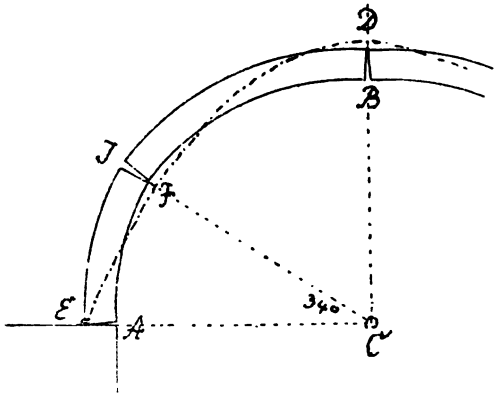
Da die innerhalb des Gewölbes allein mögliche Drucklinie DFE die beiden Leibungen berührt, so folgt daraus, dass das fragliche Gewölbe an der äussersten Grenze der Standfähigkeit sich befindet.

Mit diesem Ergebnisse stimmen einige bekannt gewordene Erfahrungen nahezu überein. Rondelet sagt im 9. Buche seines Werks „Die Kunst zu bauen“: ein Halbkreisgewölbe von durchweg gleicher Stärke kann sich nicht tragen, wenn seine Dicke weniger als $^1/_{18}$ seines Durchmessers beträgt. Scheffler bemerkt (S. 84): ein unbelasteter Halbkreisbogen von 20 Fuss lichter Weite und 1 Fuss gleicher Stärke ist nicht standfähig.

Das vorbezeichnete, an der äussersten Grenze des Gleichgewichtzustandes sich befindende Gewölbe wird also

schon durch eine ganz geringe Kraftwirkung zum Einsturze gebracht. Dabei ist das Verhalten folgendes, wie die nebenstehende Abb. 5 zeigt. In dem Punkte F, in welchem die Tangente der Drucklinie die innere Leibungslinie berührt, unter dem Mittelpunktswinkel ACF etwa $= 34^0$, entsteht die Bruchfuge FJ. Durch den bei F wirkenden Horizontalschub des oberen Gewölbetheiles $FBDJ$ wird der untere Gewölbeschenkel $AFJE$ hinausgeschoben, sich drehend um die Kante E. Bei EA entsteht also eine nach innen sich öffnende Fuge, und bei FJ eine nach aussen sich öffnende Fuge. In Folge der Hinausschiebung des unteren Gewölbeschenkels gelangt der Scheitel des oberen Gewölbetheiles zum Sinken und es entsteht im Scheitel eine nach unten sich öffnende Bruchfuge DB.

Abb. 5.



Das statische Verhältniss der beiden Gewölbetheile ergiebt sich unter Bezugnahme auf Abb. 4 Blatt 2 wie folgt.

Die Fläche der ganzen Gewölbehälfte $ABDE$ ist

$$G = \frac{(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi}{4} = (3{,}35^2 - 3{,}0^2) \cdot \frac{3{,}14}{4} = 1{,}74 \text{ qm}.$$

Davon entfällt auf den oberen Theil $FBDJ$

$$G_1 = 1{,}088 \text{ qm}$$

und auf den unteren Theil $AFJE$

$$G_2 = 0{,}652 \text{ qm}$$

Die ganze Gewölbehälfte $ABDE$ ist in Abb. 4 Blatt 2 eingetheilt in 12 gleiche radiale Lamellen, eine Lamelle enthält also $\frac{1{,}74}{12} = 0{,}145$ qm. Auf den oberen Gewölbetheil kommen $7^1/_2$ dieser Lamellen, und auf den unteren Gewölbetheil $4^1/_2$ Lamellen.

Der Horizontalschub H des Gewölbes berechnet sich nach der Gleichung $H = \frac{G \cdot g}{h}$, darin ist $G = 1{,}74$ qm. $g = 1{,}33$ m die Entfernung der Schwerlinie SG von der Vertikale des Drehpunktes E, und $h = 3{,}35$ m die Entfernung des Drehpunktes D von der Horizontale des Drehpunktes E, also $H = \frac{1{,}74 \cdot 1{,}33}{3{,}35} = 0{,}69$ qm (cbm). Derselbe Werth ergiebt sich auch für den oberen Gewölbetheil $FBDJ$ nach der Gleichung $H_1 = \frac{G_1 \cdot g_1}{h_1}$.

Darin ist $G_1 = 1{,}088$ qm;

g_1 der Hebelarm von G_1, die Entfernung des Drehpunktes F von der Schwerlinie G_1 ermittelt zu 1,06 m;

h_1 der Hebelarm des in D angreifenden Horizontalschubes H_1 (die Entfernung des Drehpunktes F von der durch D gezogenen Horizontalen) $= 1{,}69$ m;

$$\text{also } H_1 = \frac{1{,}088 \cdot 1{,}06}{1{,}69} = 0{,}69 \text{ qm}.$$

Dieser Horizontalschub wirkt gleichmässig im ganzen Gewölbe, also auch im Punkte F, mit dem Bestreben den unteren Gewölbeschenkel um den Punkt E hinaus zu drehen. Er wirkt an dem Hebelarm $h_{,,}$ (Entfernung des

Punktes F von der unteren Horizontalen EAC) = 1,66 m; das Schubmoment ist also

$$H_1 \cdot h_{,,} = 0{,}69 \cdot 1{,}66 = 1{,}145 \text{ qm} \cdot \text{m}.$$

Das Widerstandsmoment des unteren Gewölbeschenkels gegen Kippen um den Drehpunkt E berechnet sich zu

$$G_2 \cdot g_2 + G_1 \cdot g_3.$$

Darin ist $G_2 = 0{,}652$ qm;

g_2 der Hebelarm von G_2 (die Entfernung der Schwerlinie G_2 von dem Drehpunkte E) = 0,358 m;

G_1 = 1,088;

g_3 die rechtwinklige Entfernung des Punktes F von der Vertikalen E, der Hebelarm, an welchem das auf den unteren Gewölbetheil bei F drückende Gewicht G_1 wirkt = 0,84 m;

also ergiebt vorstehende Formel nach Einsetzung dieser Werthe:

$$(0{,}652 \cdot 0{,}358) + (1{,}088 \cdot 0{,}84) = 1{,}147 \text{ qm} \cdot \text{m}.$$

Da nach den vorstehenden Berechnungen die beiden Momente, nämlich das Schubmoment des oberen Gewölbetheiles und das Widerstandsmoment des unteren Gewölbetheiles als gleich sich erweisen, so wird dadurch das vorhin durch die Konstruktion der Drucklinie gefundene Ergebniss bestätigt, nämlich dass das fragliche Gewölbe an der äussersten Grenze des Gleichgewichtzustandes sich befindet.

Die Herstellung von Baukonstruktionen, welche an der äussersten Grenze des Gleichgewichtzustandes sich befinden, ist bekanntlich unstatthaft. Dieselben müssen stets einen hinreichenden Sicherheitsgrad haben.

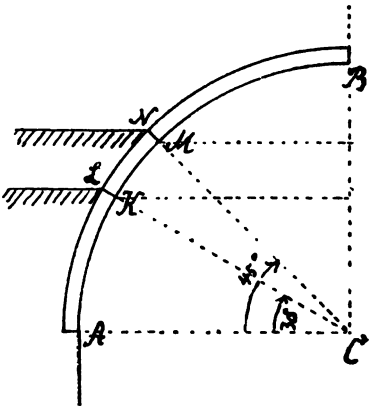
Darnach muss das vorbesprochene freistehende halbkreisförmige Gewölbe nothwendig eine grössere Dicke

als $^1/_{17}$ des lichten Durchmessers erhalten, und zwar etwa 54 cm.

Derartige freistehende Gewölbe kommen aber, wenn überhaupt, so doch höchst selten zur Ausführung. Von Alters her gilt die Regel: die Gewölbe von grösserer Pfeilhöhe bis zu angemessener Höhe zu hintermauern. Man hat schon in sehr früher Zeit erkannt, dass durch die Hintermauerung das Stabilitätsverhältnis ganz wesentlich günstiger gestaltet wird, und darnach die genannte Regel der Hintermauerung aufgestellt, an der auch gegenwärtig noch entschieden festgehalten wird.

Bei halbkreisförmigen Gewölben wird die Hintermauerung mindestens unterm Mittelpunktswinkel ACK (siehe die nebenstehende Abb. 6) von 30°, bei Gewölben von grosser Spannweite und geringer Stärke über Kirchen etc. aber gewöhnlich unterm Winkel ACM von 45° ausgeführt. Durch diese Hintermauerung wird bei KL bezw. MN ein festes Widerlager geschaffen und dadurch das Hinausschieben des unteren Gewölbeschenkels durch den Horizontalschub des oberen Gewölbetheiles verhindert, somit die Standsicherheit dieses oberen Gewölbetheiles gewonnen.

Abb. 6.



Der untere Gewölbetheil bis zur Höhe der Hintermauerung ist darnach als zum Widerlager gehörend zu betrachten, und sonach die Stabilitäts-Untersuchung, insbe-

sondere die Konstruktion der Drucklinie nur auf den oberen freien Theil, oberhalb der Hintermauerung, zu erstrecken.

Für diese Auffassung haben auch die Herren Landsberg und Wittmann in ihren betreffenden Werken sich erklärt.

Ist die Hintermauerung bis L der vorstehenden Abb. 6 (unterm Mittelpunktswinkel von der unteren Horizontale $= 30^0$) ausgeführt, so hat man es zu thun mit einem flachbogigen Gewölbe, dessen Pfeil $= \frac{1}{3{,}35}$ der verbliebenen lichten Spannweite beträgt; ist aber die Hintermauerung bis N (unterm Winkel von 45^0) ausgeführt, so hat man ein flachbogiges Gewölbe von $\frac{1}{4{,}83}$ Pfeilhöhe der verbliebenen lichten Spannweite.

Um den erheblich günstigen Einfluss der Hintermauerung anschaulich zu machen, und um eine Vergleichung zu gewähren mit dem vorhin behandelten freistehenden Gewölbe (ohne Hintermauerung), habe ich in Abb. 5 und Abb. 6, Blatt 2, in dem gleichen halbkreisförmigen Gewölbe von 6,0 m lichtem Durchmesser und 35 cm gleicher Dicke, aber mit Hintermauerung bis zu 30^0 bezw. 45^0, die betreffenden Drucklinien konstruirt. Daraus ist ersichtlich, dass die Drucklinie in dem oberen Gewölbetheile (oberhalb der Hintermauerung), ganz erheblich günstiger verläuft als in dem freistehenden Gewölbe.

Ganz besonders günstig ergiebt sich der Verlauf der Drucklinie bei der Hintermauerung bis 45^0; in diesem Falle fällt nach Ausweis der vorbenannten Abb. 6 Blatt 2 die Drucklinie fast ganz genau mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen.

Daraus ergiebt sich die Lehre: da bei flachbogigen Kreisgewölben mit nicht grösserer als $\frac{1}{4{,}8}$ (ger. $^1/_5$)

Pfeilhöhe, sowie von gleicher Dicke und ohne fremde Belastung, — die Drucklinie nahezu mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen fällt, also der Druck im Querschnitte desselben gleichmässig (centrisch) wirkt, so kann die Gewölbedicke auf das geringste Maass, welches unter den günstigsten Umständen überhaupt statthaft ist, beschränkt werden.

Zum Beweise dessen möge hier als Beispiel ein halbkreisförmiges Gewölbe über einer Kirche oder Halle von 12,0 m lichter Spannweite und im oberen Theile von 12 cm Dicke, bis zu 45° hintermauert, in Abb. 7 Blatt 3 vorgeführt werden. Die Ausführung werde angenommen aus Vollziegeln in Kalkmörtel (1 cbm = 1600 kg schwer).

Die Fläche des halben freien Gewölbes beträgt

$$= \frac{(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi}{8} = \frac{(6{,}12^2 - 6{,}0^2) \cdot 3{,}14}{8} = 0{,}571 \text{ qm};$$

dieselbe ist eingetheilt in 9 gleiche radiale Lamellen, davon hält jede = 0,0634 qm. Die konstruirte Drucklinie fällt fast genau mit der Mittellinie zusammen. Nach dem Kräfteplane ergiebt sich der Horizontalschub zu 0,65 qm, also auf 1 m Gewölbelänge = 0,65 cbm = 0,65 · 1600 kg = 1040 kg, und der Druck gegen das Widerlager *MN* zu 0,86 qm, also auf 1 m Gewölbelänge = 0,86 cbm = 0,86 · 1600 kg = 1376 kg.

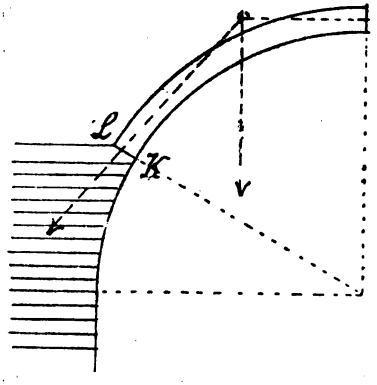
Die Querschnittsfläche am Scheitel, sowie auch am Widerlager *MN* beträgt = 12 · 100 = 1200 qcm. Demnach ergiebt sich der Druck auf 1 qcm am Scheitel zu 0,87 kg, und am Widerlager *MN* zu 1,15 kg.

Das ist eine sehr geringe Beanspruchung und daher an der völligen Standsicherheit solcher Gewölbe nicht zu

zweifeln. Noch günstiger wird das Verhalten bei Anwendung von porösen oder hohlen Ziegeln. Dabei beträgt der Druck nur etwa $^2/_3$ gegen Vollziegel.

Es ist nun noch das Verhalten unterhalb des durch die Hintermauerung bei MN geschaffenen Widerlagers klar zu stellen. Oftmals wird bei solchen Gewölben der untere Theil durch Auskragung der Widerlagsmauer in horizontale Schichten gebildet, wie nebenstehende Abb. 7 zeigt. In diesem Falle tritt die Tangente der Drucklinie bei KL in das Widerlagsmauerwerk ein und es findet die Druckwirkung ganz so statt wie bei gewöhnlichen Widerlagsmauern. Wird aber, wie es ebenfalls vielfach geschieht, auch der untere Theil des Gewölbes von dem horizontalen Widerlager AE (Abb. 7 und 8 Blatt 3) an in radialen Schichten ausgeführt, so wirkt alsdann, da das Gewölbemauerwerk keinen Verband mit der Hintermauerung hat, die Last der ganzen Gewölbehälfte, einschliesslich der Hintermauerung auf den Anfänger AE, und es muss derselbe daher so dick sein, dass er diesen Druck ertragen kann.

Abb. 7.



In der Abb. 7 Blatt 3 ist der untere Gewölbetheil $AMNE$ 25 cm stark angenommen, derselbe hält dann nebst der Hintermauerung auf 1 m Länge = 3,63 cbm; der obere Gewölbetheil $MBDN$ ist vorhin zu 0,571 cbm

berechnet, beide Theile halten also 4,20 cbm je 1600 kg = 6720 kg; es kommt also auf 1 qcm des Anfängers $AE = \frac{6720}{2500} = 2{,}29$ kg. Die grössere Dicke des unteren Gewölbetheiles ist aber selbst in dem Falle, dass bei 12 cm genügender Widerstand gegen den Druck vorhanden wäre, räthlich, da auf denselben der Druck der Hintermauerung wirkt, und dadurch bei der geringen Dicke von nur 12 cm gar leicht Verdrückungen entstehen können.

Wird die Hintermauerung nur bis zu 30° ausgeführt, so ist alsdann, wie Abb. 8 Blatt 3 zeigt, der Verlauf der Drucklinie weniger günstig als bei der Hintermauerung bis zu 45°. Indessen ist es nicht nöthig den ganzen oberen Gewölbetheil in grösserer Dicke auszuführen, es ist schon genügend nur den unteren Theil von 45° bis 30° in der grösseren Dicke von 25 cm herzustellen um, wie Abb. 9 Blatt 4 zeigt, einen günstigen Verlauf der Drucklinie zu erlangen.

---

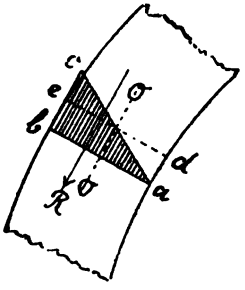
§ 4.

Einwirkung der excentrischen Druckwirkung in den Gewölben.

Nach der von Navier aufgestellten Theorie soll die Dicke der Gewölbe so gross bemessen werden, dass die Drucklinie den mittleren 1/3 Kern nicht überschreitet, so dass also zu jeder Seite dieses Mittelkerns noch je 1/3 der Gewölbedicke vorhanden ist, und zwar deshalb, damit bei der auftretenden grössten excentrischen Druckwirkung im ganzen Querschnitte nur Druck wirke, also kein Zug sich äussere, sonach die Druckfigur so beschaffen sei, wie

es die nebenstehende Abb. 8 zeigt. Darin ist *ab* die Gewölbedicke, *O* die Mitte derselben und *R* die excentrische Drucklinie, wirkend in der Entfernung von der Kante *b* in 1/3 der Gewölbedicke. Nach Navier's Theorie ist dann *abc* die Druckfigur, wenn *adeb* den gleichmässig vertheilten Druck darstellt. Darnach ist der Druck der excentrischen Druckwirkung bei *a* gleich Null und bei *b* doppelt so gross als der gleichmässig vertheilte Druck. Der doppelt grosse Druck bei *b* soll die zulässige Druckbeanspruchung nicht überschreiten.

Abb. 8.



Diese Lehre ist abgeleitet nach Navier's Theorie der Biegungs-Elasticität. Hierbei ist Navier von der Annahme gleich grosser Druck- und Zugfestigkeit des gebogenen Körpers ausgegangen und hat gefunden, dass unter dieser Annahme die neutrale Achse durch den Schwerpunkt der Querschnittsfläche des gebogenen Körpers geht, also beim rechteckigen Querschnitte durch die Mitte desselben.

Diese Theorie hat sich durch die angestellten Versuche bei Körpern, deren Druck- und Zugfestigkeit gleich gross sind, wie es bei Schmiedeeisen und Stahl nahezu der Fall ist, als richtig erwiesen, aber nicht bei Körpern, deren Druck und Zugfestigkeit verschieden gross sind.

Für solche Körper hat sich ergeben, dass bei deren Biegung die neutrale Achse sich verschiebt, und zwar entsprechend der Belastung, so dass die Momente der Druck- und Zugspannungen gleich gross sind.

Den Nachweis davon und die weiteren Erörterungen darüber habe ich gegeben in meiner Schrift: „Die Lage der neutralen Schichte bei gebogenen Körpern und die Druckvertheilung im Mauerwerke bei excentrischer Belastung“ (Hannover 1897, Schmorl & v. Seefeld Nachf.), sowie in einem Nachtrage dazu als Anhang meiner anderen Schrift: „Der Einfluss der Temperatur und der Nässe auf Steine und Mörtel“ (Hannover 1897, im gleichen Verlage). Zur Vermeidung von Wiederholungen erlaube ich mir darauf Bezug zu nehmen.

Darnach ergiebt sich die Randstärke neben dem Mittelkerne der Gewölbe erheblich geringer als das $^1/_3$ der Navier'schen Theorie. Ein so einfaches Verhältniss wie bei der Navier'schen Theorie (von $^1/_3$) lässt sich nicht feststellen, da das Maass abhängig ist von den Baustoffen und der Grösse des Druckes; es muss also in jedem Falle besonders ermittelt werden, wie in den nachfolgenden Untersuchungen geschehen wird; vorläufig mag angeführt werden, dass in vielen Fällen die Randstärke nur zu $^1/_6$ bis $^1/_8$ der Gewölbedicke sich herausstellt.

Die von Navier aufgestellte Bedingung: „es müsse im ganzen Gewölbe-Querschnitte nur Druck, also kein Zug stattfinden, weil im letzteren Falle offene Fugen entstehen würden,“ ist als berechtigt nicht anzuerkennen. Ein mässiger Zug ist ohne Nachtheil, sofern der gegen Druck wirksame Theil der Querschnittsfläche gross genug ist um allein genügend Widerstand leisten zu können. Denn beim Gewölbemauerwerk soll aus Sicherheitsgründen von Zugwiderstand abgesehen werden, also ein solcher nicht in Anrechnung kommen. Wenn in Folge dieses Zuges überhaupt Fugen entstehen, so sind dieselben so geringe, dass sie kaum sichtbar sind. Allerdings zeigen sich bei Ausführungen von Gewölben leider nicht selten grosse

Bruchfugen, diese haben aber eine ganz andere Ursache; sie werden veranlasst durch entstehende Verdrehungen der Gewölbetheile, wie sie vorhin S. 12 und in Abb. 5 daselbst bezeichnet sind, — in Folge Nachgebens der Widerlager, mangelhafter Ausführung, zu schwacher Lehrgerüste und insbesondere zu frühen Entrüstens, bevor der Mörtel genügend fest geworden ist. Hauptsächlich wird durch den letzteren Umstand bei grösseren Wölbungen vielfach erhebliches Unheil herbeigeführt. Der noch weiche Mörtel wird beim Entrüsten durch den mächtigen Horizontalschub zusammengedrückt und aus den Fugen herausgequetscht, dadurch entstehen starke Verschiebungen, Verdrückungen Verdrehungen, ungünstige Veränderung der Drucklinie, grosse Bruchfugen, und wohl gar der Einsturz. Bei kleinen Gewölben z. B. bei den Thür- und Fensterbögen u. dergl. ist der Nachtheil nicht erheblich und dabei mag das frühzeitige Fortnehmen des Lehrgerüstes immerhin geschehen, aber bei grösseren Wölbungen, und selbst schon bei Ausführung der Gurtbögen und Kappen der Kellerüberwölbungen u. dergl. ist das frühzeitige Entrüsten, bevor der Mörtel genügend fest geworden, entschieden verwerflich. Im Maurergewerke hat sich zwar vielseitig die Regel gebildet: „man solle das Lehrgerüst gleich nach Einsetzen des Schlusssteines beseitigen, damit das Gewölbe noch im vollen Safte sich setzen könne, wodurch eine grössere Festigkeit erlangt werde.“ — Nun, die Regeln der Gewerke, „Handwerksgebrauch und Gewohnheit“, soll man im Allgemeinen sorgfältig beachten, denn sie haben im Laufe der Zeit durch lange Erfahrung sich herausgebildet, aber es muss dabei doch eine vorsichtige Prüfung stattfinden, denn es kommen darunter auch solche Lehren vor, die durch Irrthum oder auch durch Eigennutz entstanden sind, und das ist der Fall des zu frühzeitigen Entrüstens

der Gewölbe. Im Hochbau ist es gebräuchlich die Herstellung der Lehrgerüste dem Unternehmer der Gewölbe mit zu übertragen. Es liegt also oftmals in seinem Interesse die Lehrgerüste gleich nach Schluss der Gewölbe fortzunehmen um sie anderweitig wieder verwenden zu können.

Ein anderer Grund des zu frühzeitigen Entrüstens liegt auch darin, dass die Maurer ein Vergnügen darin finden, gleich nach Vollendung eines Gewölbes die Standfähigkeit desselben zu zeigen.

---

§ 5.

Gottgetreu's Gewölbetheorie.

In seinem Lehrbuche der Hochbau-Konstruktionen (Berlin 1880) hat sich Gottgetreu in Betreff der vorbesprochenen Navier'schen Theorie ($^1/_3$ Kern) S. 219 ausgesprochen, wie folgt:

„Es ist im Folgenden diese Theorie deswegen nicht beibehalten worden, weil ihre Resultate durch die Erfahrung nirgends bestätigt werden und sich als Grundlagen für Anordnungen von Hochbaukonstruktionen durchgängig zu gross erweisen."

Darnach ist also auch Gottgetreu zu derselben Ueberzeugung gelangt, wie sie vorstehend erörtert ist, dass die Navier'sche Theorie als richtig nicht anzuerkennen sei. — Dieses Urtheil ist unzweifelhaft als richtig zu erachten, denn eine Theorie darf mit sicheren Erfahrungen, mit anerkannten Thatsachen nicht im Widerspruche stehen.

In Betreff der Anwendbarkeit der Drucklinie zur Ermittelung der Gewölbedicke ist Gottgetreu zu einer sehr ungünstigen Ansicht gelangt. Er erhebt (S. 212 und 260 u. f.) dagegen hauptsächlich den Einwand, dass dabei

keine Rücksicht genommen werde auf die Verkitttung der Steine durch den Mörtel; daraus erkläre es sich, dass nach den vorhandenen Erfahrungen eine erheblich geringere Gewölbedicke zulässig sei, als die Konstruktion der Drucklinie ergebe. Zum Beweise dessen führt er (S. 261) an, dass nach Rondelet's Angaben ein halbkreisförmiges Quadergewölbe, dessen gleiche Dicke $^1/_{18}$ des Durchmessers betrug und bei welchen die Steine ohne Mörtel versetzt waren. als an der äussersten Grenze der Standfähigkeit sich erwiesen habe, während grosse Backsteingewölbe (über Kirchen) in Mörtel ausgeführt mit der geringen Dicke von $^1/_{100}$ des Durchmessers sich als haltbar erwiesen hätten. Daraus ergäbe sich der sehr erhebliche Einfluss des Mörtels. In ein solch schwaches Gewölbe könne keine Drucklinie gelegt werden, und daraus folge, dass ein Gewölbe standfähig sein könne, auch wenn die Drucklinie über die Leibungslinien hinaustreten.

Diese Ansicht beruht auf Irrthum. Die angeführten schwachen Gewölbe sind nicht freistehend ausgeführt, wie das vorerwähnte Rondelet'sche Gewölbe mit der Dicke von $^1/_{18}$ des Durchmessers, sondern sie sind nach Rondelet's Angabe bis 45° hintermauert.

Im vorstehenden § 3 habe ich den wesentlichen Einfluss der Hintermauerung dargelegt und nachgewiesen, dass dadurch bei einem halbkreisförmigen Gewölbe der untere Theil gegen das Ausweichen gesichert wird, somit die statische Untersuchung, insbesondere die Konstruktion der Drucklinie nur auf den flachbogigen oberen Theil des Gewölbes zu erstrecken sei. Auch habe ich daselbst, und in Abb. 7 Blatt 3 ein grosses halbkreisförmiges Kirchengewölbe von 12 m lichter Spannweite mit der geringen Stärke von $^1/_{100}$ des Durchmessers, also 12 cm, und Hintermauerung bis 45° vorgeführt. Die darin konstruirte

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Drucklinie zeigt einen sehr günstigen Verlauf, da sie fast genau mit der Mittellinie des Gewölbes zusammenfällt. Es ergiebt sich daraus, dass in einem solchen Gewölbe sehr wohl eine inliegende Drucklinie sich konstruiren lässt, und dass das Resultat völlig mit der Erfahrung übereinstimmt. Die von Gottgetreu ausgesprochene entgegengesetzte Meinung beruht auf dem Irrthume, ein solches Gewölbe als ein freistehendes Halbkreisgewölbe zu behandeln. In diesem Falle würde man freilich in einem so schwachen Gewölbe eine Drucklinie nicht konstruiren können, aber das ist kein Beweis von der Unrichtigkeit der Drucklinien-Theorie, sondern ein Beweis von einer fehlerhaften Anwendung derselben.

Es ist ja richtig, dass, wie Gottgetreu geltend macht, die Drucklinien-Theorie keine Rücksicht nimmt auf die Verkittung der Steine durch den Mörtel, und auf den ersten Blick scheint darin ein gewichtiger Vorwurf zu liegen, aber nach näherer Untersuchung muss diese Vernachlässigung als völlig berechtigt und geboten anerkannt werden. Man hat es bei Ausführung der Gewölbe mit frischem Mauerwerk zu thun, in welchem der Mörtel noch keinen höheren Grad der Festigkeit und der innigen Verbindung mit den Steinen erlangt hat. Denn wenngleich auch das Entrüsten nicht allzu früh stattfinden soll, so ist doch bei den Bauausführungen ein langer Aufschub, bis der Mörtel einen hohen Grad der Festigkeit erlangt hat, nicht zulässig. Der Mörtel, insbesondere der gewöhnliche Kalkmörtel, hat also im Gewölbe noch keinen erheblichen Widerstand gegen Druck und Zug erlangt. Sodann entstehen in den Gewölben aus verschiedenen Ursachen Bruchfugen: durch Verdrückungen des Lehrgerüstes, durch ungleichartiges Material oder ungleichartige Mauerung, durch das Setzen beim Entrüsten, sowie durch Erschütterungen

und Stösse, durch Winddruck u. s. w. — Dadurch wird die Verbindung der Steine mit dem Mörtel aufgehoben, und es bildet das Gewölbe alsdann keinen einheitlichen festen Körper, sondern eine aus getrennten Theilen bestehende Konstruktion. Demnach ist es entschieden räthlich, ja als geboten zu erachten, bei der Konstruktion der Gewölbe, besonders der grösseren Gewölbe, von dem Widerstande gegen Zug abzusehen, wie es bei Anwendung der Drucklinie der Fall ist. Die Drucklinie, als Zusammensetzung der Mittelkräfte, welche sich nach dem Gesetze vom Parallelogramm der Kräfte aus den im Gewölbe wirkenden Seitenkräften: Horizontalschub und Gewicht ergeben, beruht auf sicherer wissenschaftlicher Grundlage und verdient soweit volles Vertrauen.

Gottgetreu ist ferner noch in Betreff der Auffassung und Verwendung der Drucklinie zu einer unrichtigen Schlussfolgerung gekommen. Er hat in einem freistehenden Halbkreisgewölbe ohne fremde Belastung, dessen gleiche Stärke $^1/_{18}$ des lichten Durchmessers beträgt, die Drucklinie gezeichnet und gefunden, dass solche am Widerlager und im Scheitel die äussere Leibungslinie und im mittleren Theile auch die innere Leibungslinie berührt, wie auch aus meiner Zeichnung, Abb. 4 Blatt 2 zu ersehen ist. Daraus schliesst er (S. 220), dass die Drucklinie an die Gewölberänder rücken könne, ohne dass die Stabilität des Gewölbes gefährdet sei. Weiter (S. 221) äussert er sodann noch: „die Drucklinie wird in allen Fällen einen Punkt mit der inneren Gewölbefläche gemein haben.“ — Darauf gründet er dann seine weiteren Ausführungen. Diese Auffassung ist unverkennbar unzulässig. Wenn die Drucklinie die beiden Leibungslinien berührt, so ist die äusserste Grenze des Gleichgewichtszustandes vorhanden. Die Baukonstruktionen dürfen sich aber an dieser äussersten

Grenze nicht befinden, sie müssen vielmehr einen genügenden Sicherheitsgrad haben. Deshalb darf die Drucklinie nicht die Leibungslinien berühren, sondern sie muss davon genügend weit entfernt bleiben.

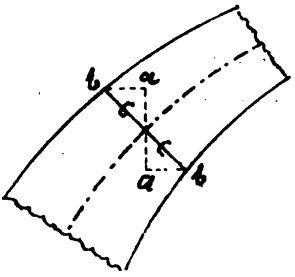
---

§ 6.

Hagen's Gewölbetheorie.

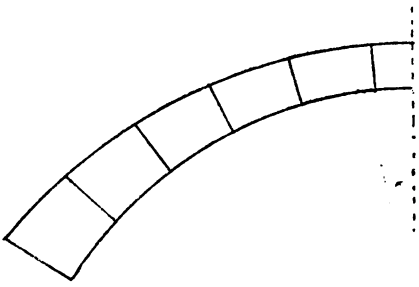
Hagen giebt in seinem Werke: „Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen und Kuppeln, 2. Auflage, Berlin 1874“ im § 8 S. 25 folgende Anweisung für die Konstruktion von Gewölben. — Zunächst soll das Gewölbe mit Zubehör (Hinter- und Uebermauerung, Stirnmauern, Ueberschüttung etc.) projectirt werden. Dann soll die Drucklinie eingezeichnet werden. Sodann soll man die Leibungslinien, entsprechend der Drucklinie zeichnen, so dass die Stärke des Gewölbes im Scheitel, der Druckfestigkeit des Materials entsprechend, zur Hälfte oberhalb, zur Hälfte unterhalb der Drucklinie aufgetragen wird, und in jeder Lamellen-Vertikalen desgleichen, a, a der nebenstehenden Abb. 9; durch den Schnittpunkt der Vertikalen mit der Drucklinie ist eine Normale c zur Drucklinie zu ziehen, von den Punkten a, a sind Horizontalen ab, ab zu ziehen, wo diese die Normale c treffen ergeben sich die Punkte der oberen und der unteren Leibungslinie. Die Stärke des Gewölbes nimmt also nach dem Widerlager hin allmälig zu. Darnach ist nochmals eine neue Drucklinie zu zeichnen, da durch das erstere Verfahren die Gewichte verändert

Abb. 9.



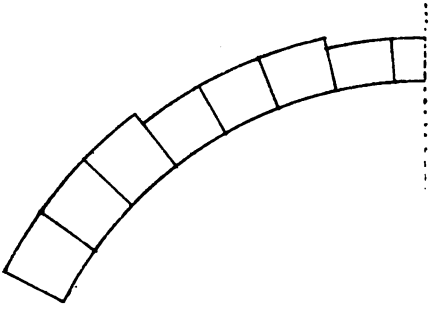
sind, und nöthigenfalls ist nach der Korrektur nochmals eine Berichtigung vorzunehmen, so dass die Drucklinie in der Mitte des Gewölbes liege und somit der Druck in jedem Querschnitte völlig centrisch wirke.

Abb. 10.



Theoretisch ist dieses Verfahren unverkennbar völlig rationell, man gelangt dadurch zu den geringsten Stärken des Gewölbes und des Widerlagers, spart also an Baukosten; — aber in praktischer Hinsicht sind doch mehrere Bedenken dagegen zu erheben. Wie die Abb. 10 zeigt, sind alle Gewölbeschichten verschieden, es müssen daher zu jeder Schichte besondere Steine hergestellt werden; dadurch wird die Ausführung erheblich erschwert; es kommen dabei gar leicht Verwirrungen vor und dadurch Störungen im Fortgange der Arbeit, welche häufig den erwähnten Vortheil überwiegen. Hagen schlägt die Erschwerung nur geringe an, aber in der Praxis ist man durch unliebsame Erfahrungen zur entgegenstehenden Ueberzeugung gelangt, und darauf geführt, entweder die Gewölbe in gleicher Dicke auszuführen,

Abb. 11.



oder die Zunahme der Gewölbedicke durch Absätze der oberen Leibung herzustellen, wie die Abb. 11 zeigt. Hierdurch wird die Zahl der Gewölbestein-Sorten vermindert und somit die Erschwerung der Ausführung beschränkt. Bei Ausführung von Ziegelgewölben muss jedenfalls die letztere Methode angewandt werden.

Ferner ist zu berücksichtigen, dass die Lage der Drucklinie nicht konstant ist. Bei der Entrüstung des Gewölbes hat sie eine andere Lage, als nach Aufbringung der konstanten Belastung, und wieder eine andere Lage beim Wechsel der Nutzlast und bei Wirkung des Winddruckes. Es muss daher die Dicke des Gewölbes so bemessen werden, dass darin die Verschiebung der Drucklinie ohne Gefährdung der Sicherheit stattfinden kann. Daraus folgt, dass die Gewölbedicke grösser sein muss, als das Minimalmaass, welches sich nach der zulässigen Druckbeanspruchung für eine konstante Drucklinie berechnet.

Ferner ergiebt sich, dass für schwache Gewölbe über Kirchen etc. das vorbesprochene Verfahren überhaupt nicht angewandt werden kann, wie ich nachfolgend im § 8 nachweisen werde.

In Betreff der Tonnengewölbe von durchweg gleicher Dicke bemerkt Hagen im § 14 S. 47 Folgendes. Giebt man einem solchen Gewölbe diejenige Form, dass die Drucklinie in der Mitte liegt, so ist die Bogenlinie eine gewöhnliche Kettenlinie, vorausgesetzt, dass die einzelnen Theile durch normale Fugen begrenzt werden. Es kommt alsdann nur darauf an, die Anfänge des Gewölbes keinem zu grossen Drucke auszusetzen.

In Abb. 10 Blatt 4 habe ich zur Vergleichung gezeichnet: die Stützlinie eines Tonnengewölbes von gleicher

Dicke, die gewöhnliche Kettenlinie, und auch die Parabel. Es ist daraus ersichtlich, dass die Kettenlinie und die Stützlinie nur wenig von einander abweichen.

---

§ 7.

Erfahrungs-Resultate und empirische Regeln in Betreff der Gewölbe-Konstruktionen.

Aus der Litteratur will ich eine Anzahl von Erfahrungs-Resultaten und empirischen Regeln in Betreff der Gewölbe-Konstruktionen anführen, sowie auch sonst mir bekannt gewordene und selbst gewonnene Erfahrungs-Ergebnisse hinzufügen, um einige Bemerkungen daran zu knüpfen und um bei den nachfolgenden wissenschaftlichen Untersuchungen einen Vergleich mit denselben anstellen zu können.

I. Hochbau-Gewölbe.

1. Dom zu Speier; romanisch; Mittelschiff im Lichten 12 m weit, 28 m hoch; halbkreisförmige Kreuzgewölbe, etwa 60 cm stark.

2. Mainzer Dom; romanisch; Mittelschiff im Lichten 14,4 m weit, 35,5 m hoch; halbkreisförmige Kreuzgewölbe, etwa 60 cm stark.

3. Bamberger Dom; romanisch; Mittelschiff im Lichten 12,6 m weit; halbkreisförmige Kreuzgewölbe.

4. Kölner Dom; gothisch; Mittelschiff im Lichten 13,2 m weit, 48 m hoch; spitzbogige Kreuzgewölbe mit 10,5 m Pfeilhöhe; die Gurtbögen und Grathbögen aus Quadern, der nach unten vortretende Theil 54 cm breit und 49 cm hoch, reich gegliedert.

5. Strassburger Münster; gothisch; Mittelschiff im Lichten 14,5 m weit, 31 m hoch; spitzbogige Kreuzgewölbe mit 9,8 m Pfeilhöhe.

6. Ulmer Münster; gothisch; Mittelschiff im Lichten 15 m weit, 41 m hoch; überhöhtes halbkreisförmiges Netzgewölbe mit 9,4 m Pfeilhöhe und 15 cm Stärke.

7. Domkirche Santa Maria del fiore zu Florenz. Im Jahre 1296 erbaut. Mittelschiff im Lichten 18 m weit, 37 m hoch; spitzbogige Kreuzgewölbe mit 11 m Pfeilhöhe. Die Kuppel im Jahre 1420 durch Bruneleschi erbaut, 43 m im Durchmesser und 87 m bis zur Laterne hoch.

8. Marktkirche zu Hannover. Im Jahre 1359 erbaut; eine dreischiffige Hallenkirche; das Mittelschiff im Lichten 8,25 m weit, 19,57 m bis Scheitel hoch; jedes der beiden Seitenschiffe im Lichten 6,07 m weit; die kreisrunden Säulen, aus Ziegeln, zwischen Mittelschiff und den Seitenschiffen haben 1,97 m Durchmesser; Jochweite in der Längenrichtung 7,30 m; spitzbogige Kreuzgewölbe; Pfeilhöhe der Quer-Gurtbögen des Mittelschiffes 6,13 m und der Grathbögen 7 bis 7,6 m (bei 11,20 m Spannweite). Die Gurtbögen aus Formziegeln 31 cm hoch, 21 cm breit und 8,3 cm dick; die Grathbögen desgleichen 28 cm hoch, 18 cm breit, 8,3 cm dick. Die Gewölbekappen bestehen aus Ziegeln, die Schichten annähernd rechtwinklig gegen die Grathrippen gerichtet, mit starkem Busen, im Schluss von 1,20 m Pfeil. Die Stärke der Kappen beträgt von unten bis zur Höhe der Hintermauerung auf $^2/_3$ der Höhe $12^1/_2$ cm (die Breite des verwendeten Ziegelformats), von da ab bis zum Schlusse 8,3 cm (die Dicke des verwendeten Ziegelformats).

9. Christuskirche in Hannover. Das Mittelschiff 8,82 m im Lichten weit; spitzbogige Kreuzgewölbe mit 5,74 m Pfeilhöhe. Die Kappen aus 13 cm starken porigen Ziegeln.

10. Kirche in Langenhagen bei Hannover. Das Mittelschiff 7,8 m weit; spitzbogige Kreuzgewölbe,

13 cm stark; Pfeil der Gurtbögen 5,20 m und der Grathbögen 6,4 m.

11. Dreifaltigkeitskirche zu Hannover. Das Mittelschiff 7,8 m; spitzbogige Kreuzgewölbe, 13 cm stark; Pfeil der Gurtbögen 4,9 m und der Grathbögen 5,2 m.

12. Marienkirche zu Hannover. Das Mittelschiff 11 m weit.

13. Kirche in Harsum. Das Mittelschiff 10,4 m weit; halbkreisförmige Schild- und Gurtbögen; Pfeil der Grathbögen 6,4 m.

14. Pauluskirche in Hannover. Das Mittelschiff 11 m weit; spitzbogige Kreuzgewölbe; Pfeil der Gurtbögen 7,4 m und der Grathbögen 7,9 m. Die Kappen 12 cm stark aus porigen Ziegeln.

15. Gewölbte Decken der Hannoverschen Spinnerei und Weberei in Linden bei Hannover. Flachbogige kreisförmige Gewölbe von 3 m Spannweite, 35 cm Pfeilhöhe aus keilförmigen Formziegeln, im Scheitel 12½ cm, am Widerlager 20½ cm stark, in Abtreppungen von 16 und 18½ cm, in Kalkmörtel, zwischen gusseisernen Trägern; mit Hintermauerung und Fliesenfussboden. Dieselben sind durch schwere Maschinen stark belastet. Nachstehend speciell behandelt.

16. Bögen über den Thür- und Fensteröffnungen der Gebäudemauern.

Dieselben werden in hiesiger Gegend aus gewöhnlichen Ziegeln in Kalkmörtel ausgeführt, und zwar: mit Anschlag 1¼ Stein = 32 cm stark, Flachbogen mit $^1/_{10}$—$^1/_8$ Pfeil; ohne Anschlag 1 Stein = 25 cm stark; Entlastungsbögen über Quaderstürzen und über Zargen 12 cm stark. Ueber Thoröffnungen 38 cm stark.

17. Kellergewölbe in Wohngebäuden u. dgl. Diese Gewölbe, welche die in Wohngebäuden üblichen Belastungen zu tragen haben, werden in einer Spannweite von 2,5 bis 3,5 m, flachbogig mit $^1/_{10}$ Pfeilhöhe und 12 cm stark aus gewöhnlichen Ziegeln in Kalkmörtel hergestellt; die Gurtbögen zwischen denselben mit 3 bis 4,5 m Spannweite, $^1/_8$ Pfeil, 38 bis 51 cm breit und hoch.

18. Rondelet's Regeln. Nach Gottgetreu's Mittheilung: Stärken für Halbkreis-Gewölbe (S. 141):

I. für stark belastete Gewölbe (Brückengewölbe) aus Quadern $d = 0{,}04\,W + 0{,}32$ m;

II. für mittlere Gewölbe (in Gebäuden, welche Fussböden tragen) $d = 0{,}02\,W + 0{,}16$ m;

III. für leichte Gewölbe, welche nichts zu tragen haben, $d = 0{,}01\,W + 0{,}08$ m;

darin bedeutet d die Dicke im Scheitel und W die Spannweite in Metern. — Die Dicke gilt für den Scheitel, sie soll nach dem Widerlager hin um das Doppelte zunehmen.

Für Backsteingewölbe giebt Rondelet an, er habe gefunden, dass die geringste gleichbleibende Dicke nicht weniger als $^1/_{50}$ des Halbmessers (also $^1/_{100}$ des Durchmessers) betragen dürfe; sind aber die Gewölbe bis 45° hintermauert, so betrage die geringste Dicke beim gothischen Bogen $^1/_{143}$ des Halbmessers und beim Halbkreisbogen $^1/_{60}$ des Halbmessers. Das so erhaltene Resultat sei dann noch zu vermehren für in Gyps gemauerte Gewölbe um $^1/_{144}$ der Sehne des halben freien Bogens (vom Widerlager der Hintermauerung bis Scheitel); für Gewölbe in Kalkmörtel um $^1/_{96}$ jener Sehne. Diese Dicke solle vom Schlusssteine bis zur Hintermauerung auf das $1^1/_2$fache zunehmen.

Rondelet hat ferner eine Tabelle mitgetheilt für die Dicke der am meisten gebräuchlichen halbkreisförmigen

Tonnengewölbe von 4 bis 42,5 m Durchmesser und deren Widerlager. Nach Gottgetreu (S. 224) erhält man die Ansätze der Gewölbedicke:

1. für Gewölbe bis zum Scheitel hintermauert = $^1/_{48}$ der Spannweite;
2. bis 45° hintermauert und von gleicher Dicke = $^1/_{36}$;
3. bis 45° hintermauert und vom Scheitel bis zur Hintermauerung auf das $1^1/_2$ fache zunehmend = $^1/_{48}$ im Scheitel.

Darnach ergeben sich aber erheblich grössere Dicken als die vorstehend von Rondelet bezeichneten. Für ein Ziegelgewölbe von 12 m Spannweite z. B. ergiebt sich nach Nr. 2 eine Dicke von $\frac{12\text{ m}}{36} = 0{,}33\text{ m}$; nach der vorhergehenden Angabe aber (für Kalkmörtel)

$$= {}^1/_{60} \cdot 6\text{ m} + {}^1/_{96} \cdot 4{,}6\text{ m} = 15\text{ cm}.$$

Die Rondelet'schen Regeln für die Widerlagsstärken sind ganz werthlos, ebenso wie von Anderen darüber gegebene Regeln. Die Ermittelung der Widerlagsstärke wird nachfolgend erörtert werden.

II. Brücken-Gewölbe.

Scheffler hat in seinem Werke die Maassen einer grossen Zahl ausgeführter Brücken mitgetheilt. Gewölbe-Dicke im Scheitel, Rondelet für halbkreisförmige Quadergewölbe, wie vorhin schon angegeben,

$$d = 0{,}04\,W + 0{,}32\text{ m},$$

worin W die Spannweite in Metern bedeutet.

Perronet, $d = 0{,}035\,W + 0{,}32\text{ m}$, wenn W kleiner als 24 m ist; für grössere Spannweiten $d = {}^1/_{24}\,W$, und in beiden Fällen Zunahme der Dicke bis zum Widerlager auf das Doppelte.

Rankine, Dicke im Scheitel für halbkreisförmige Gewölbe $d = 0{,}346 \cdot \sqrt{r}$, und für gedrückte Korbbögen $d = 0{,}412 \cdot \sqrt{r}$; worin r den Radius der inneren Leibung im Scheitel bedeutet.

Dupuit, die konstante Dicke für halbkreisförmige und elliptische Gewölbe $d = 0{,}20\sqrt{W}$; für Segmentgewölbe $d = 0{,}15\sqrt{W}$, worin W die Spannweite in Metern bedeutet.

Lesguiller, $d = 0{,}2\sqrt{W} + 0{,}1\,\text{m}$.

Gauthey, für Gewölbe von 3 bis 16 m Spannweite (W)

$$d = 0{,}0208\,W + 0{,}406\,\text{m}.$$

Morin, für Halbkreisgewölbe, in Metermaass

$$d = \frac{5\,D + 46{,}777}{144},$$

darin bedeutet d die Stärke im Scheitel, D den Durchmesser. Dieselbe Regel gilt auch für Korbbögen und Flachbögen, nur muss dabei für D der Durchmesser des obersten Kreisbogens gesetzt werden. Die Dicke soll nach dem Widerlager hin auf das Doppelte wachsen.

Weisbach, $d = 0{,}0694\,r + 0{,}30\,m$; darin ist r der grösste Erzeugungs-Halbmesser.

Ehemalige Hannoversche Eisenbahn-Verwaltung, nach der Dienstanweisung vom Jahre 1859. In den nachstehenden Formeln für Metermaass bedeutet:

d die Gewölbedicke,
a die Widerlagerstärke,
W die Spannweite,
p die Pfeilhöhe des Gewölbes,
$\frac{p}{W} = \frac{1}{n}$ den Pfeil,
h die Höhe der Widerlagsmauern vom Fundament bis Kämpferunterkante.

1. Für Gewölbe mit Ueberschüttung bis zu 1,5 m über Scheitel bei Ausführung mit Quadern

$$d = 0{,}22\,\text{m} + \frac{W}{12}(0{,}3 + 0{,}04\,n).$$

Bei Spannweiten über 9 m tritt nach dem Kämpfer zu eine treppenartige Verstärkung des Gewölbes ein.

2. Für Gewölbe mit Ueberschüttung bis zu 15 m über Scheitel und bis zu 9 m Spannweite wird für die Ausführung mit Quadern die nach Vorstehendem berechnete Gewölbedicke d um $^1/_{36}$ der Ueberschüttungshöhe vermehrt.

3. Für Ausführung mit Backsteinen

$$= d\left(1 + \frac{4 - d}{6}\right),$$

worin d die nach Obigem für Quader berechnete Dicke bezeichnet.

4. Widerlagerstärke a in Fussmaass. Für Gewölbe mit Ueberschüttung bis zu 5 Fuss über Scheitel

$$a = \sqrt{W}\left[1{,}065 + 0{,}177\,(n - 2) + 0{,}033\,h\right] + \frac{W}{30},$$

also für Halbkreisgewölbe

$$a = \sqrt{W}\,(1{,}065 + 0{,}033\,h) + \frac{W}{30}.$$

Für Halbkreisgewölbe mit mehr als 5 Fuss Ueberschüttung und bis zu 30 Fuss Spannweite wird die nach vorstehender Formel berechnete Widerlagsstärke um 0,005 der Höhe der Ueberschüttung über Scheitel vermehrt, jedoch nicht über 40 Fuss zu rechnen ist. — Bei tief eintauchenden Widerlagern wird das nach Vorstehendem berechnete Maass a um 10 Prozent vermehrt. Bei Wegebrücken ist das letzte Glied $\left(\frac{W}{30}\right)$ aus der Formel fortzulassen. — Bei Gewölben unter hohen Dämmen wird nach

den Seiten hin nach Massgabe der unter den Böschungen geringer werdenden Ueberschüttung sowohl die Gewölbe- wie die Widerlagerstärke entsprechend vermindert.

In der Dienstanweisung von 1850 war vorgeschrieben für Fussmaass:

für Halbkreisbögen und Flachbögen bis $^1/_3$ Pfeilhöhe aus Quadern: $d = {}^3/_4' + {}^1/_{32} W$;

für solche Bögen aus Backsteinen:

$$d = {}^3/_4' + {}^1/_{16} W;$$

für Flachbögen von geringerer Pfeilhöhe:

aus Quadern:

$$d = {}^3/_4' + {}^1/_{96} \frac{W^2}{p};$$

aus Backsteinen:

$$d = {}^3/_4' + {}^1/_{48} \frac{W^2}{p};$$

Widerlagerstärke:

$$a = 1' + {}^1/_6 h + \frac{W}{8}\left(\frac{3W - p}{W + p}\right).$$

Zur Vergleichung habe ich nach den vorstehend angeführten Regeln beispielsweise die Dicke des Gewölbes einer hannoverschen Eisenbahnbrücke berechnet. Dieses Quader-Gewölbe hat 9 m Spannweite, ist flachbogig mit $^1/_6$ Pfeil; der Krümmungs-Halbmesser ist $r = 7{,}5$ m; die Ueberfüllung über dem Scheitel beträgt 0,52 m. Die Berechnung der Gewölbedicke ergiebt nach:

Rondelet	$d = 68$ cm
Perronet	$= 63^1/_2$ „
Rankine	$= 95$ „

Dupuit	$d = 45$	cm
Lesguiller	$= 70$	„
Gauthey	$= 59$	„
Morin	$= 86$	„
Weisbach	$= 82$	„
Ehemalige hannoversche Dienstanweisung von 1859	$= 62$	„

Diese Resultate weichen also weit von einander ab.

Die Bestimmung der Stärke der Gewölbe und Widerlager, sowie sonstiger Konstruktionen nach empirischen Regeln oder nach dem sog. praktischen Gefühle ist in den wichtigeren Fällen entschieden als unzulässig zu erachten. Es ist ja wohl anzunehmen, dass die fragl. Regeln nach ausgeführten, standsicheren Konstruktionen abgeleitet sind, aber es ist dabei doch sehr fraglich, ob die benutzten Beispiele nicht unnöthig stark waren. Ferner können bei solchen allgemein gehaltenen Regeln unmöglich alle in Betracht kommenden Umstände zur Berücksichtigung gezogen werden, weil solche fast in jedem Falle verschieden sind, als die Festigkeit des Materials, die Belastungen durch Eigenlast und Nutzlast, Erschütterungen u. s. w. Die Feststellung der Stärken nach dem praktischen Gefühle ist noch unsicherer, als nach empirischen Begeln. Deshalb muss die Bestimmung nothwendig auf wissenschaftlichem Wege geschehen, weil dabei in jedem einzelnen Falle alle in Betracht kommenden Umstände gebührend berücksichtigt werden können.

---

§ 8.

Stärken-Ermittelung der Gewölbe.

Bei der Bestimmung der Gewölbedicke muss berücksichtigt werden die zulässige Druckbeanspruchung des Gewölbemauerwerks, und zwar:

I. für volle Belastung durch Eigenlast und grösste Nutzlast;

II. für den Zeitpunkt des Entrüstens.

In der ersten Rubrik der nachfolgenden Tabelle sind die von der Bau-Abtheilung im Preuss. Ministerium der öffentlichen Arbeiten unterm 16. Mai 1890, zunächst für das Hochbauwesen erlassenen Vorschriften der zulässigen Beanspruchung auf Druck angesetzt. Dabei ist ein Alter des Mauerwerks von mindestens 3 Monaten vorausgesetzt, was den bei Ausführung der Bauten obwaltenden Umständen wohl in den meisten Fällen entspricht. Ehe auf die Gewölbe mit fremder Belastung diese zur vollen Wirkung kommt, ist wohl mindestens ein Zeitraum von 3 Monaten nach der Schliessung der Gewölbe verflossen, so dass also jene Ansätze der ersten Rubrik in Rechnung gezogen werden können. Anders aber ist der Zustand beim Entrüsten der Gewölbe. Wenngleich das Entrüsten nicht allzu frühzeitig erfolgen soll, sondern erst nachdem der Mörtel einigermassen fest geworden ist, so kann doch ein Zeitraum von 3 Monaten, von Schliessung der Gewölbe bis zu deren Entrüsten in den meisten Fällen nicht gewährt werden. Der Mörtel ist dann noch nicht so widerstandsfähig geworden, als nach Ablauf von 3 Monaten. Daraus folgt, dass für Gewölbemauerwerk zur Zeit des Entrüstens eine geringere Druckbeauspruchung angenommen werden muss, als für 3 Monate altes Mauerwerk, und zwar je nach der Zeitdauer von Schliessung der Gewölbe bis zu

deren Entrüsten. Die für diesen Zustand in Ansatz zu bringenden Werthe sind durch Versuche noch nicht ermittelt, und ist man daher zur Zeit darauf hingewiesen, diese Werthe nach ungefährer Schätzung anzunehmen, wie in der zweiten Rubrik der nachfolgenden Tabelle geschehen ist.

Tabelle

der zulässigen Druckbeanspruchung von Gewölbemauerwerk, und zwar in Rubrik I mindestens 3 Monate alt, und in Rubrik II zur Zeit des Entrüstens, — in kg/qcm.

Nr.	Benennung des Mauerwerks.	kg/qcm I	kg/qcm II
1	Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel .	5	2—3½
2	Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel . .	7	3½—5
3	Ziegelmauerwerk in Cementmörtel .	12	6—8
4	Bestes Klinkermauerwerk in Cementmörtel	14—20	6—8
5	Mauerwerk aus porigen Steinen, je nach der Festigkeit derselben . .	3 - 6	2½—4
6	Granit (Quaderwerk).	45	25—30
7	Niedermendiger Basaltlava, desgl. .	40	25—30
8	Sandstein, je nach der Härte, desgl.	15—30	8—16
9	Rüdersdorfer Kalkstein in Quadern .	25	9—13

Weitere Bemerkungen.

Mit dem Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel ist gleich zu setzen alles Bruchsteinmauerwerk, also auch dasjenige aus den festen Gesteinsarten, als Granit, Syenit, Basalt, Sandstein u. s. w., und zwar nicht nur hinsichtlich des Ansatzes in Rubrik II für frisches Gewölbemauerwerk beim Entrüsten, sondern auch hinsichtlich des Ansatzes in Rubrik I für 3 Monat altes gewöhnliches Bruchsteinmauer-

werk. Beim Bruchsteinmauerwerke ist in der ersteren Zeit die Druckfestigkeit fast ganz und gar abhängig von der Festigkeit des Mörtels; der hohe Grad der Druckfestigkeit der festen Gesteinsarten kommt dabei noch nicht zur Wirkung. Anders ist das Verhalten bei Quaderwerk aus festem Gestein mit durchweg gleich dünnen Fugen, also mit sorgfältig bearbeiteten ebenen, parallelen Lagerflächen; hierbei hat sich allerdings gleich zu Anfang ein erheblich grösserer Grad der Druckfestigkeit ergeben, als bei Quaderwerk aus weichen Sandsteinen oder bei Ziegelmauern; — aber bei Bruchsteinmauerwerk ist das Verhalten nicht so. Selbst bei der sorgfältigsten Verzwickung, wie sie nach alter guter Regel stattfinden soll, so dass die Steine nicht im Mörtel schwimmen, sondern durch die Verzwickung eine feste Lage erhalten, spielt dabei der Mörtel in der ersteren Zeit die Hauptrolle. Besonders ist das beim Kalkmörtel der Fall. Dieser Mörtel erhärtet bekanntlich sehr langsam; in starken Mauern ist er selbst nach mehreren Jahren noch weich, knetbar, zerreiblich. In diesem Zustande ist also ein höheres Maas von Festigkeit noch nicht vorhanden, wenngleich auch die Steine eine sehr hohe Festigkeit haben. Ja, die Erfahrung hat sogar ergeben, dass der Mörtel in Mauern aus dichtem Gestein erheblich langsamer fest wird als in Mauern aus porösen Steinen, Ziegeln oder weichen Sandsteinen. Diese Steine entziehen dem Mörtel begierig das Wasser, beschleunigen die Verdunstung und gestatten das Eindringen der Luft, wodurch das Austrocknen und die Uebertragung der Kohlensäure auf den Aetzkalk befördert wird, Das harte dichte Gestein ist dagegen so wenig porös, dass das Eindringen von Wasser und Luft nicht stattfinden kann, sonach das Austrocknen und die Zuführung von Luft nur durch die Fugen erfolgen kann. Darin liegt der Grund,

weshalb Kalkmörtelmauerwerk aus dichtem Gestein langsamer fest wird als Mauerwerk aus Ziegeln oder porösen Sandsteinen.

Zum Beweise dessen mögen einige Fälle aus der Praxis angeführt werden:

1. Laut Baugewerks-Zeitung vom 6. Oktober 1897 erfolgte der Einsturz des im Bau begriffenen Kirchthurms zu Stolpen bei Pirna a. d. Elbe, welcher aus Säulen-Basalt in Kalkmörtel in 15 Wochen 23 m hoch ausgeführt war, am 14. September 1897 bei einem Drucke von 4,5 kg/qcm.

2. Hagen hat in seinem Werke S. 17 u. f. eine Brücke beschrieben, welche vor ihrer vollständigen Ausführung einstürzte. Dieselbe hatte 3 Oeffnungen von je 9,4 m Spannweite, überwölbt mit spitzbogigen Gewölben von 0,79 m gleicher Stärke. Die Gewölbe, wie auch die Hinter- und Uebermauerung von 0,31 m über Scheitel, und die Stirnmauern waren aus gesprengten und gespaltenen Granitsteinen in Kalkmörtel ausgeführt. Die Erdüberfüllung betrug über den Scheiteln der Gewölbe 2,2 m und über den Pfeilern 5,3 m. Wie hoch die Ueberschüttung ausgeführt war, als der Einsturz erfolgte, so wie alt der untere Theil der Gewölbeschenkel zu dieser Zeit war, ist nicht angegeben. Wäre die volle Höhe der Ueberschüttung ausgeführt gewesen, so würden die Gewölbeschenkel auf ihr horizontales Widerlager einen Druck von 12,3 kg/qcm ausgeübt haben.

3. Beim Einsturze des einen Thurmes der evangelischen Garnisonkirche zu Hannover am 25. Juli 1893 betrug die Belastung über dem Sockel 8,58 kg/qcm. Dieses Mauerwerk war zur Zeit des Einsturzes 15½ Monat alt. Dasselbe war ausgeführt aus quadermässigen bossirten Sandsteinen mit einer äusseren Verblendung aus Kalksteinen, und zwar in Kalkmörtel.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich, dass es räthlich ist, das Mauerwerk, welches eine grössere Belastung zu erleiden hat, nicht in Kalkmörtel, sondern in einem schneller erhärtenden Mörtel (Cementmörtel, verlängerten Cementmörtel oder Wasserkalkmörtel) auszuführen. Insbesondere gilt das für Gewölbemauerwerk.

Bei Wölbungen über Kirchen, Hallen etc. von grosser Spannweite ist es räthlich, wie auch im Mittelalter geschehen, die Gurtbögen, Grathbögen und Verstärkungsrippen der Kappen aus festen Quadern herzustellen, nicht aus Ziegeln. Da Quader aus festem Gestein eine bedeutend grössere Druckfestigkeit haben als Ziegel, so genügt für jene Bögen ein viel kleinerer Querschnitt, als für Ziegelmauerwerk, und wenngleich das specifische Gewicht der Quader grösser ist als das der Ziegel, so ergiebt sich doch ein geringerer Horizontalschub und somit eine geringere Widerlagerstärke.

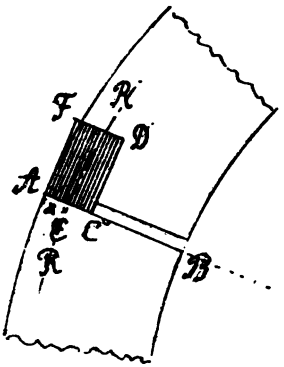
Die Kappen der vorbezeichneten grossen Gewölbe sind zweckmässig nicht aus Vollziegeln, sondern aus leichteren Ziegeln (porösen Ziegeln, Hohlziegeln oder Lochziegeln) herzustellen, da ihr Horizontalschub sich im gleichen Verhältnisse vermindert, als das Gewicht der Wölbung.

Ferner ist es entschieden rathsam, alle wichtigeren Wölbungen nicht aus Ziegeln des gewöhnlichen Formates, sondern aus keilförmigen Formziegeln herzustellen. Man erhält dann engere, parallele Fugen und dadurch einen höheren Festigkeitsgrad. Zwar ist ja der Preis solcher Formziegel ein grösserer als der Preis der gewöhnlicher Ziegel, aber der Vortheil der grösseren Festigkeit und Sicherheit ist erheblich höher zu erachten. Bei Anwendung von Formziegeln lässt sich auch die treppenartige Stärkezunahme nach dem Widerlager hin in günstigerer

Weise (jede Abtreppung nur 1/4 Stein) beschaffen, als bei Verwendung gewöhnlicher Ziegel, da hierbei nur 1/2 Stein starke Abtreppungen hergestellt werden können. Gegen die Verwendung von Formziegeln wird oftmals der Einwurf erhoben, dass dadurch der Fortgang des Baues verzögert werde; dieser Vorwand ist aber in den meisten Fällen unberechtigt; es kommt nur darauf an, dass die Bestellung der Formziegel so frühzeitig erfolgt, dass sie bis zur Verwendung am Platze sind. Muss aber auf die Verwendung von Formziegeln nothwendig verzichtet werden, dann muss Cementmörtel angewandt werden, damit der Nachtheil der keilförmigen Fugen nicht in zu erheblichem Maasse sich geltend machen kann.

In Betreff der erforderlichen Entfernung der Drucklinie von den Leibungslinien der Gewölbe hat Hagen in seinem vorerwähnten Werke S. 13 seine Ansicht dahin ausgesprochen, diese Entfernung müsse so gross sein, dass der doppelt grosse Querschnitt den ganzen Druck ertragen könne. In nebenstehender Abb. 12 sei AB der Querschnitt eines aus Ziegeln in Cementmörtel auszuführenden Gewölbes von 50 cm Dicke; R die Drucklinie, in welcher also der ganze Druck konzentrirt zu denken ist, wirkend excentrisch im Punkte E, in der Entfernung x von der Kante A. Die Querschnittsfläche des Gewölbes AB beträgt auf 1 m Gewölbelänge (rechtwinklig gegen die Bildebene) $50 \cdot 100 = 5000$ qcm. Der Druck betrage

Abb. 12.



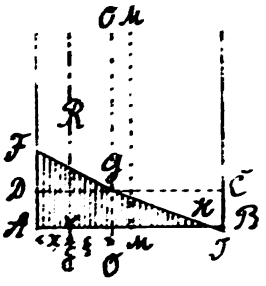
4 kg/qcm, dann ist also der Gesammtdruck $R = 5000 \cdot 4$ kg $= 20000$ kg. Für Ziegelmauerwerk in Cementmörtel ist die zulässige Druckbeanspruchung 12 kg/qcm, demnach ist zur Aufnahme des ganzen Druckes R erforderlich ein Querschnitt von $\frac{20000}{12} = 1667$ qcm, und da die Länge 100 cm beträgt, so ergiebt sich als Breite der Querschnittsfläche $\frac{1667}{100} = 16{,}67$ cm, und davon die Hälfte $= 8{,}34$ cm, als die nach Hagen erforderliche Entfernung $AE = x$; das ist also für diesen Fall $^1/_6$ der Gewölbedicke AB. Die Druckfigur ist darnach $ACDF$; der Druck wirkt in der Mitte derselben, also centrisch. Diese Theorie gründet sich auf den Satz, dass bei centrischer Druckwirkung eine gleichmässige Vertheilung des Druckes über die Querschnittsfläche stattfindet, und sie würde richtig sein, wenn in dem Gewölbe von B bis C ein Einschnitt hergestellt würde, so dass dieser Theil aus der Mitleidenschaft käme. Das ist aber nicht der Fall, der Druck wirkt unzweifelhaft noch bis zu einem gewissen Grade auch auf den Theil CB ein. Bei excentrischer Belastung ergiebt sich ein Drehmoment, und nach der Elasticitäts-Theorie eine dreieckige Druckfigur, so dass an der äussersten Kante A der Druck am grössten ist und von da nach B hin allmälig abnimmt.

Ich will nun einige specielle Fälle nach meiner Theorie behandeln, welche ich in meiner Schrift: „Die Lage der neutralen Schichte bei gebogenen Körpern und die Druckvertheilung im Mauerwerke bei excentrischer Belastung“ — Hannover 1897 — dargelegt habe.

Zunächst 1. Fall, das eben besprochene Ziegelgewölbe in Cementmörtel von 50 cm Dicke und 1 m Länge, mit einem Drucke, welcher, gleichmässig vertheilt, 4 kg/qcm

beträgt, also im Ganzen $R = 50 \cdot 100 \cdot 4$ kg $= 20\,000$ kg, excentrisch wirkend im Punkte E der nebenstehenden Abb. 13 in der Entfernung $x = 8$ cm (also nahe in $^1/_6$ der Gewölbedicke) von der Leibung A. In dieser Abbildung ist AB die Gewölbedicke $= 50$ cm; R die excentrische Drucklinie, wirkend im Punkte E; $AE = x = 8$ cm; M die Mittellinie des Gewölbes; O die verschobene Drehachse. Die Verschiebung dieser Drehachse ergiebt sich nach S. 67 meiner vorhin angezogenen Schrift wie folgt. Die Gewölbedicke AB werde mit h bezeichnet, die Entfernung der Drehachse O von der Kante A der Druckseite, $= h_{,,}$, und die Entfernung von der Kante B der Zugseite $= h_{,}$; es verhält sich

Abb. 13.



$$h_{,,} : h_{,} = 1 : \sqrt{2} = 1 : 1{,}4$$

also ist $h_{,,} = 0{,}4\ h = 20$ cm. Die Verschiebung der Drehachse von der Mittellinie beträgt demnach $MO = 5$ cm; und die Entfernung der Drucklinie von der Achse $O = \xi = 12$ cm. R ist $= 20\,000$ kg und der gleichmässig vertheilte Druck $ABCD = 4$ kg/qcm.

Die Vergrösserung des Kantendrucks bei $A = N_2$ berechnet sich zu

$$N_2 = \frac{R \cdot \xi \cdot z}{T},$$

darin ist $z = AO = 20$ cm.

Das Trägheitsmoment der Druckfläche in Betreff der Drehachse O ist

$$T = \frac{100 \cdot 50^3}{12} + 100 \cdot 50 \cdot 5^2 = 1\,167\,000,$$

also $N_2 = \frac{20000 \cdot 12 \cdot 20}{1167000} = 4{,}1$ kg/qcm; der ganze Kantendruck bei A ist also 4 + 4,1 kg = 8,1 kg/qcm und die Druckfigur $AFGHJ$. Es ist also bei B schon ein geringer Zug = 0,1 kg vorhanden, derselbe ist aber völlig unbedenklich. Der Kantendruck bei A = 8,1 kg/qcm erreicht noch nicht die für Ziegelmauerwerk in Cementmörtel zulässige Druckbeanspruchung von 12 kg/qcm.

Nach Hagen's Theorie ist vorhin über der Fläche $2x = 16{,}67$ cm der Druck zu 12 kg/qcm ermittelt.

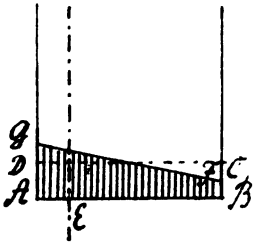
Nach Navier's Theorie ergiebt sich die Dicke des fraglichen Gewölbes, mit der Kernbreite von 34 cm, zu $3 \cdot 34$ cm = 102 cm, und der grösste Druck an der äussersten Kante zu $2 \cdot 4$ kg = 8 kg; an der andern Kante Druck und Zug = Null.

Auf frisches Kalkmörtel-Mauerwerk (3—12 Monate alt) ist die Elasticitätstheorie nicht anwendbar, wie ich in meiner vorerwähnten Schrift (Lage der neutralen Schichte etc.) dargelegt habe. Dafür habe ich daselbst S. 76 die Berechnung der Druckvertheilung nach dem umgekehrten Verhältnisse der Hebelarme AE und BE der nebenstehenden Abb. 14 in Vorschlag gebracht. Darnach ergiebt sich für das vorbezeichnete Gewölbe

Druck A : Druck B = 5 : 1,

und da der gleichmässig vertheilte Druck $ABCD$ = 4 kg/qcm beträgt, so ergiebt sich der Druck bei A zu 6,66 kg/qcm und bei B zu 1,34 kg/qcm, die Druckfigur also $ABFG$.

Abb. 14.



2. Fall, dasselbe Gewölbe, aus Ziegeln in Cementmörtel, aber mit einem Drucke, welcher gleichmässig

vertheilt 6 kg/qcm beträgt, also im Ganzen $R = 50 \cdot 100 \cdot 6$ kg $= 30000$ kg, excentrisch wirkend im Punkte E, in der Entfernung $x = 8$ cm ($^1/_6$ der Gewölbedicke) von der Kante A. — Bei dem gleichmässig vertheilten Drucke von 6 kg/qcm ist, nach S. 67 meiner vorgenannten Schrift, $K_z = 2{,}6$ kg und $K_d = 6$ kg, also $h_{,,} : h_{,} = 1 : \sqrt{2{,}14} = 1 : 1{,}47$; also $h_{,,} = AO = 20{,}24$; das ist so wenig verschieden vom 1. Falle, Abb. 13, dass der dortige Werth von $AO = 20$ cm auch hier beibehalten werden kann; alsdann sind die dortigen Werthe von ξ, z und T ebenfalls beizubehalten, und es ergiebt sich also die Vergrösserung des Kantendrucks bei A zu

$$N_2 = \frac{R \cdot \xi \cdot z}{T} = \frac{30000 \cdot 12 \cdot 20}{1167000} = 6{,}17,$$

somit ist der ganze Druck bei $A = 6 + 6{,}17 = 12{,}17$ kg; bei B ergiebt sich ein Zug von 0,17 kg. Dieser geringe Zug ist wiederum völlig unbedenklich.

Nach Hagen's Theorie ergiebt sich die Entfernung

$$AE = x = \frac{30000 \text{ kg}}{12 \text{ kg} \cdot 100 \cdot 2} = 12{,}5 \text{ cm}.$$

Nach Navier's Theorie ergiebt sich die Dicke des Gewölbes zu $3 \cdot 34 = 102$ cm und der grösste Kantendruck zu $2 \cdot 6$ kg $= 12$ kg, an der anderen Kante Druck und Zug = Null.

Für Kalkmörtel-Mauerwerk ergiebt sich nach dem Verhältnisse von 5:1 der Druck bei A zu 10 kg (also unzulässig), und bei B zu 2 kg.

3. Fall, dasselbe Gewölbe aus Ziegeln in Cementmörtel, mit einem Drucke, welcher gleichmässig vertheilt = 4 kg/qcm beträgt. Also der ganze Druck

$$R = 50 \cdot 100 \cdot 4 \text{ kg} = 20000 \text{ kg},$$

excentrisch wirkend in der Entfernung $AE = x = 6$ cm ($^1/_8$ der Gewölbedicke). Die Lage der neutralen Schichte

O ist ebenso wie im 1. Falle = 20 cm von $A = z$, also ist das Trägheitsmoment T gleichfalls wie im 1. Falle. Der Werth ξ (Entfernung EO) ist aber hier = 14 cm. Die Vergrösserung des Druckes bei A berechnet sich darnach zu $N_2 = \frac{R \cdot \xi \cdot z}{T} = \frac{20000 \cdot 14 \cdot 20}{1167000} = 4{,}8$ kg; somit ist der ganze Druck bei $A = 4 + 4{,}8 = 8{,}8$ kg; bei B ist Zug = 0,8 kg, also wiederum unbedeutend.

Nach Hagen's Theorie ergiebt sich

$$x = \frac{20000 \text{ kg}}{12 \text{ kg} \cdot 100 \cdot 2} = 8{,}34 \text{ cm}.$$

Nach Navier's Theorie ergiebt sich für diesen Fall die Kernbreite zu 38 cm; also die Gewölbedicke zu $3 \cdot 38$ cm = 114 cm; der grösste Kantendruck zu $2 \cdot 4$ kg = 8 kg; an der anderen Kante = Null,

Für Kalkmörtel-Mauerwerk ergiebt sich nach dem Verhältnisse von 7:1 der Druck bei A zu 7 kg und bei B zu 1 kg.

4. Fall, dasselbe Gewölbe aus Ziegeln in Cementmörtel, mit einem Drucke, welcher gleichmässig vertheilt 4 kg/qcm beträgt. Also der ganze Druck

$$R = 50 \cdot 100 \cdot 4 \text{ kg} = 20000 \text{ kg},$$

excentrisch wirkend in der Entfernung $AE = x = 5$ cm ($^1/_{10}$ der Gewölbedicke). Die Lage der neutralen Schichte O ist ebenso wie im 1. Falle = 20 cm von $A = z$, also ist auch das Trägheitsmoment T unverändert. Der Werth ξ (Entfernung EO) ist aber hier = 15 cm, Die Vergrösserung des Druckes bei A berechnet sich darnach zu

$$N_2 = \frac{R \cdot \xi \cdot z}{T} = \frac{20000 \cdot 15 \cdot 20}{1167000} = 5{,}1 \text{ kg};$$

somit ist der ganze Druck bei $A = 4 + 5{,}1 = 9{,}1$ kg; bei B ist Zug = 1,1 kg. Auch dieser Zug ist noch so geringe, dass er in theoretischer Beziehung als statthaft

zu erachten ist, indessen dürfte im Interesse der grösseren Sicherheit, in Rücksicht auf unvorherzusehende ungünstige Ereignisse, es sich empfehlen, für das hier in Rede stehende Gewölbe den Werth x nicht geringer als 6 cm ($^1/_8$ der Gewölbedicke) anzunehmen.

Nach Hagen's Theorie ergiebt sich

$$x = \frac{20000\,\text{kg}}{12\,\text{kg} \cdot 100 \cdot 2} = 8{,}34\,\text{cm}.$$

Nach Navier's Theorie ergiebt sich für diesen Fall die Kernbreite zu 40 cm; also die Gawölbedicke zu $3 \cdot 40 = 120$ cm; der grösste Kantendruck zu $2 \cdot 4\,\text{kg} = 8\,\text{kg}$; an der anderen Kante = Null.

Für Kalkmörtel-Mauerwerk ergiebt sich nach dem Verhältnisse von 9:1 der Druck bei $A = 7{,}2$ kg und bei $B = 0{,}8$ kg.

5. Fall, dasselbe Gewölbe aus Ziegeln in Cementmörtel, mit einem Drucke, welcher gleichmässig vertheilt 2 kg/qcm beträgt. Also der ganze Druck

$$R = 50 \cdot 100 \cdot 2\,\text{kg} = 10000\,\text{kg},$$

excentrisch wirkend in der Entfernung $AE = x = 8$ cm ($^1/_6$ der Gewölbedicke). Dafür ist $K_z = 1{,}3$ und $K_d = 2$ kg, also $h_{,,} : h, = 1 : \sqrt{1{,}57} = 1 : 1{,}25$, also $h_{,,} = 0{,}44\,h = 22$ cm. Das Trägheitsmoment berechnet sich darnach für die Drehachse O:

$$T = \frac{100 \cdot 50^3}{12} + 100 \cdot 50 \cdot 3^2 = 1087000;$$

der Werth z ist = 22 cm und der Werth ξ = 14 cm.

Die Druckvergrösserung bei A berechnet sich

$$N_2 = \frac{10000 \cdot 14 \cdot 22}{1087000} = 2{,}83\,\text{kg},$$

also ist der ganze Druck bei $A = 2 + 2{,}83 = 4{,}83$ kg; bei B ergiebt sich ein Zug von 0,83 kg, also zulässig.

Nach Hagen's Theorie ergiebt sich

$$x = \frac{10000\,\text{kg}}{12\,\text{kg} \cdot 100 \cdot 2} = 4{,}17\,\text{cm}.$$

Nach Navier's Theorie ergiebt sich für diesen Fall die Kernbreite zu 34 cm, also die Gewölbedicke zu $3 \cdot 34 = 102$ cm; der grösste Kantendruck $2 \cdot 2\,\text{kg} = 4\,\text{kg}$, an der anderen Kante = Null.

Für Kalkmörtel-Mauerwerk ergiebt sich nach Debo, nach dem Verhältnisse von 5:1, der Druck bei A zu 3,33 kg und bei B zu 0,67 kg.

Nach Hagen's Theorie berechnet sich

$$x + \frac{10000\,\text{kg}}{7\,\text{kg} \cdot 100 \cdot 2} = 7\,\text{cm}.$$

6. Fall. dasselbe Gewölbe von Ziegeln in Cementmörtel, mit gleichem Drucke wie im 5. Falle, aber wirkend in 6 cm Entfernung von A (in $^1/_8$ der Gewölbedicke). Die Lage der neutralen Schichte ist die gleiche wie im 5. Falle, also $z = 22$ cm, $T = 1087000$ kg, ξ aber $= 16$ cm. Die Druckvergrösserung bei A ist

$$N_2 = \frac{10000 \cdot 16 \cdot 22}{1087000} = 3{,}24\,\text{kg},$$

also der ganze Druck bei $A = 2 + 3{,}24 = 5{,}24$ kg, und bei B der Zug $= 1{,}24$ kg, also unnachtheilig.

Die Stärke der Gewölbe über grossen Gebäuderäumen, Kirchen, Hallen u. s. w. Im vorstehenden § 7 ist angeführt, dass derartige Gewölbe ausgeführt sind in Stärken von 15, 12, 10, 8,3 cm.

Auf die Stärken-Ermittelung derartiger Gewölbe ist die vorstehend im § 6 angeführte Anweisung von Hagen überhaupt nicht anwendbar. Dieselbe ergiebt eine ganz unmöglich geringe Stärke. Betrachten wir z. B. das in Abb. 7 Blatt 3 gezeichnete halbkreisförmige Tonnen-

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY

gewölbe von 12 m lichtem Durchmesser, und oberhalb der Hintermauerung von 12 cm Stärke, aus Vollziegeln in Cementmörtel. Dafür ergiebt sich der Horizontalschub auf 1 m Länge 12 cm Stärke = 1200 qcm Querschnitt zu 10400 kg, also der Druck im Scheitel = 0,87 kg/qcm. Nach Hagen's Anweisung soll die Stärke der Gewölbe, wenn die Drucklinie in der Mitte liegt, bemessen werden nach der zulässigen Druckbeanspruchung. Diese ist bei derartigen Gewölben für den Zeitpunkt des Entrüstens anzusetzen, also nach der vorstehend, S. 40 angeführten Tabelle:

für Ziegel in Cementmörtel = 6 kg/qcm
und in Kalkmörtel $3^1/_2$ kg/qcm.

Da nun der Druck im Scheitel des vorbezeichneten Gewölbes nur 0,87 kg/qcm beträgt, der zulässige Druck für Cementmörtel aber 6 kg/qcm ist, so ergiebt sich als erforderliche Stärke $\frac{0{,}87}{6} = 0{,}15$ cm, und für Kalkmörtel $\frac{0{,}87}{3^1/_2} = 0{,}25$ cm. Diese sehr geringen Maasse sind aber ganz unmöglich.

Hagen hat bei Aufstellung seiner Anweisung derartige Gewölbe wohl nicht bedacht, sondern dabei nur stark belastete Gewölbe, insbesondere Brückengewölbe berücksichtigt.

Bei den vorbezeichneten Gebäudegewölben sind aber ausser dem Drucke durch die Eigenlast noch andere Umstände zu berücksichtigen. Es ist zu beachten, dass in in Folge von Winddruck und Erschütterungen eine Verschiebung der Drucklinie eintritt, und dass deshalb die Stärke grösser sein muss, als sie für eine konstante Drucklinie sein würde. Und ferner ist geboten, die Stärke so gross zu nehmen, dass ein Begehen, ja ein Aufspringen

von unvorsichtigen Arbeitern, das Herabfallen von Steinen, Werkzeugen etc. bei Reparaturen u. s. w. keine Verdrehung oder ein Durchbrechen des Gewölbes eintreten kann. In Erwägung dieser Umstände ist es nicht räthlich zu erachten, bei derartigen grossen Gewölben, wie vorhin bezeichnet, von den durch die Erfahrung bewährten Stärken abzuweichen. Bei diesen Stärken ist dann aber eine Zunahme nach dem Widerlager hin nicht erforderlich, da der Druck am Widerlager im vorbenannten Falle bei der Gewölbedicke von 12 cm nur 1,17 kg/qcm beträgt. Und ferner liegt kein Grund vor, nach Hagen's Anweisung, bei diesem Gewölbe von der Kreislinie abzugehen, da die Drucklinie fast ganz genau mit der Mittellinie zusammenfällt.

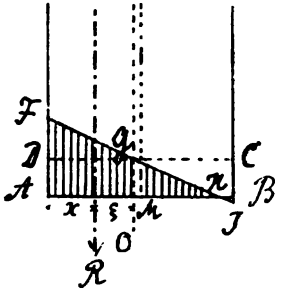
Wegen möglichster Beschränkung des Horizontalschubes, und dadurch der Widerlagsstärke, wird man ja allerdings auf die äusserste Beschränkung der Gewölbedicke hingewiesen. Indessen ist aus den vorhin angeführten Gründen bei dem oben bezeichneten Gewölbe von 12 m Durchmesser eine geringere Dicke als 12 cm entschieden nicht räthlich, sondern die Verminderung des Horizontalschubes durch leichtes Material (poröse Ziegel, Hohlziegel oder Töpfe) herbeizuführen; oder bei Betongewölben durch Beschränkung der Dicke aber unter Anwendung von Eiseneinlagen nach Monier's Systeme.

Bei Gewölben von 6 bis 8 m Spannweite kann die Gewölbedicke wohl zu 10 cm angenommen werden, und bei stark busigen Kappen der Kreuzgewölbe zu 8 cm, wie solche in der Marktkirche zu Hannover (8,3 cm) vorhanden ist.

Ich will nun ermitteln, bis auf welches Maas die Drucklinie den Leibungslinien sich nähern kann, und zwar bei dem vorbezeichneten Gewölbe von 12 m Durchmesser

und der oberen Gewölbedicke von 12 cm, unter Bezugnahme auf die Abb. 15. Die zulässige Inanspruchnahme auf Druck ist, wie vorbemerkt, anzunehmen: für Cementmörtel zu 6 kg/qcm und für Kalkmörtel zu $3^1/_2$ kg/qcm.

Abb. 15.



Für Cementmörtel und den gleichmässig vertheilten Druck von 1,17 kg/qcm am Widerlager ergiebt sich das Verhältniss von Zug zu Druck wie

$$1 : \sqrt{1{,}33} = 1 : 1{,}15,$$

demnach ist $h_{,,} = 5{,}6$ cm $= z$ und

$$T = \frac{100 \cdot 12^3}{12} + 100 \cdot 12 \cdot 0{,}4^2 = 14600.$$

R ist 1400 kg. Wird nun angenommen, dass die Drucklinie R von der Kante A entfernt sei 2 cm ($^1/_6$ der Gewölbedicke), so ist ξ 3,6 cm, und sonach die Zunahme des Druckes bei A

$$N_2 = \frac{1400 \cdot 3{,}6 \cdot 5{,}6}{14600} = 1{,}93 \text{ kg},$$

sonach der ganze Druck bei A 1,17 + 1,93 = 3,1 kg/qcm, und bei B Zug = 0,76 kg/qcm. Dieser Zug ist zu stark, es muss also die Entfernung x der Drucklinie von der Kante A grösser als 2 cm angenommen werden.

Dieselbe werde zu 3 cm ($^1/_4$ der Gewölbedicke) angenommen, dann ist $\xi = 2{,}6$ cm und es ergiebt sich

$$N_2 = \frac{1400 \cdot 2{,}6 \cdot 5{,}6}{14600} = 1{,}39 \text{ kg},$$

somit der ganze Druck bei A = 1,17 + 1,39 = 2,56 kg/qcm, und bei B Zug = 0,22 kg/qcm; das ist als zulässig zu erachten.

Nach Hagen's Theorie ergiebt sich die Entfernung

$$AE = x = \frac{1400}{100 \cdot 6 \cdot 2} = 1{,}17 \text{ cm}.$$

Dieses geringe Maass ist offenbar ungenügend.

Für Kalkmörtel ergiebt sich nach Debo's Theorie, nach dem Verhältnisse von 3:1, Druck bei A = 1,76 kg und bei B Druck = 0,59 kg/qcm.

---

§ 9.

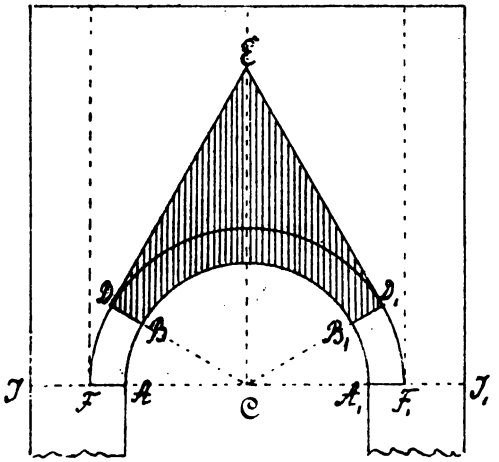
Gewölbe mit hoher Uebermauerung.

Wölbungen mit hoher Uebermauerung kommen vor über den Portalen der Kirchthürme; über den Pfeilern der Vierung romanischer Kirchen mit aufgebautem Vierungsthurme oder Dome; über der Oeffnung des Chorgiebels; über der Raucheinführungsöffnung hoher Schornsteine u. s. w. In Betreff der in Anrechnung zu bringenden Belastung solcher Wölbungen durch die Uebermauerung, wegen Ermittelung der Gewölbestärke und der Widerlagerstärke, herrschen verschiedene Ansichten unter den Fachleuten. So ist in einigen, zu meiner Kenntniss gekommenen Gutachten das ganze Mauerwerk der Uebermauerung oberhalb solcher Gewölbe als Belastung derselben in Anrechnung gebracht, und darnach die Gewölbestärke und Widerlagerstärke berechnet. Dadurch sind dann solch kolosale Maasse gefunden, wie sie mit ausgeführten, und als völlig sicher befundenen Bauwerken im grellsten Widerspruche stehen.

Bekanntlich kann man Oeffnungen in Mauern durch Ueberkragung des Mauerwerks überdecken. Nach der Abb. 16 hält sich das Mauerwerk in der Ueberkragung DE und D_1E, so dass also der vertikal schraffirte Theil, nämlich das Gewölbe BDD_1B_1 und dessen keilförmige

Uebermauerung DED_1 ganz fortbleiben können. Daraus folgt also, dass auf das Gewölbe nicht das ganze obere

Abb. 16.

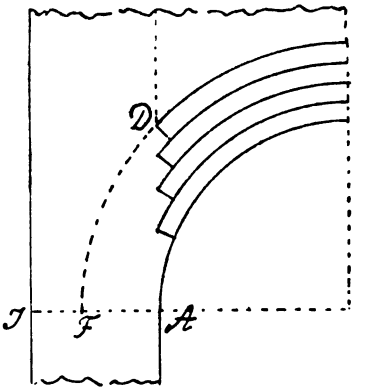


Mauerwerk nach den Vertikallinien F und F_1 belastend wirkt, sondern nur der vertikal schraffirte Theil $BDED_1B_1$, und dass also bei Berechnung der Gewölbestärke und des Horizontalschubes auch nur dieser Theil zu berücksichtigen ist.

Bei Quaderwerk sind die Ueberkragungslinien DE und D_1E etwa unterm Winkel von 45° gegen die Horizontale anzunehmen; bei Ziegelmauerwerk, jede Schichte um 1/4 Ziegel auskragend, also nach dem Ziegel-Normalformat unterm Winkel von 48 1/2°. Zu grösserer Sicherheit aber ist es räthlich, diesen Winkel zu 60 bis 66° anzunehmen. Bei Bruchsteinmauerwerk ist der fragliche Winkel, je nach der grösseren oder geringeren Lagerfestigkeit der Steine, zu 60 bis 75° anzunehmen.

Manche Bauleute halten es für die hier in Frage stehenden Ueberwölbungen als besser, dieselben im vollen Halbkreise herzustellen, also schon bei AF zu beginnen, in der Meinung, dass auf solche Gewölbe die ganze Mauerlast oberhalb derselben belastend wirke und beim Vollkreise der Horizontalschub ganz oder doch grösstentheils verhindert werde. Diese Meinung ist aber irrig und bei beschränkter Widerlagerstärke AJ und hoher Uebermauerung höchst gefahrvoll. Es ist in diesem Falle geboten, die Wölbung erst bei B unterm Winkel $ACB = 30^0$ beginnen zu lassen und das Widerlager von A bis B durch Auskragung herzustellen, oder ein abgetrepptes Widerlager nach nebenstehender Abb. 17 zu fertigen, damit der starke Druck der Uebermauerung möglichst gleichmässig auf die ganze Widerlagsfläche AJ wirke, während in dem Falle das Gewölbe schon bei AF beginnt, jener Druck auf die erheblich geringere Fläche FJ wirkt, woraus dann der Druck aufs qcm erheblich vergrössert wird. Dazu kommt bei Kalkmörtel-Mauerwerk sodann noch der Umstand, dass beim Setzen des Mauerwerks von D bis F, da der Druck auf die geneigte Fläche DF wirkt, die Tendenz zur Hinausschiebung entsteht.

Abb. 17.



In Abb. 11 Blatt 5 habe ich ein Halbkreisgewölbe von 6 m lichtem Durchmesser, 50 cm dick, mit einer Uebermauerung von 5,5 m über Scheitel dargestellt, und

zwar auf der linken Hälfte unter der Annahme, dass die Uebermauerung unterm Winkel gegen die Horizontale von 60^0, nach der Linie DE auskrage, und sonach auf das Gewölbe von der Uebermauerung nur der dreieckige Theil unterhalb der Linie DE das Gewölbe belastend wirke; — auf der rechten Hälfte aber unter der Annahme, dass die ganze Uebermauerung bis zur Vertikalen D_1 das Gewölbe belaste. Ferner werde angenommen: die Stärke rechtwinklig gegen die Bildebene zu 1 m, und die Ausführung aus Ziegeln. Die Untersuchung stellt sich, wie folgt.

I. Linke Seite.

Gewicht G von $BDEK = 5{,}84$ cbm, und nach dem, unter der linken Seite gezeichneten Kräfteplane: der Horizontalschub $H = 6{,}5$ cbm und der Druck aufs Widerlager $R = 8{,}7$ cbm. Darnach ist letzterer, gleichmässig vertheilt, $= \frac{8{,}7 \cdot 1600\,\text{kg}}{50 \cdot 100} = 2{,}8\,\text{kg/qcm}$. Die Drucklinie bleibt von den beiden Leibungen 14,5 cm $\left(\frac{1}{3^1/_2}\right.$ der Gewölbedicke$\left.\right)$ entfernt, und sonach ist der Druck am Widerlager an der äusseren Leibung nach dem Verhältnisse von $2^1/_2 : 1 = 4{,}0\,\text{kg/qcm}$, also zulässig

II. Rechte Seite.

Gewicht G von der Mittellinie bis zur Vertikalen $D_1 = 19{,}81$ cbm, und nach dem, unter der rechten Seite gezeichneten Kräfteplane: der Horizontalschub $H = 16{,}26$ cbm und der Druck aufs Widerlager $R = 25{,}6$ cbm. Darnach ist letzterer, gleichmässig vertheilt,

$$= \frac{25{,}6 \cdot 1600\,\text{kg}}{50 \cdot 100} = 8{,}2\,\text{kg/qcm}.$$

Die Drucklinie verläuft günstig. Der letztere Druck ist für Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel zu gross, und muss

daher die Gewölbestärke im unteren Theile zu $2^1/_2$ Stein = 64 cm angenommen werden (dann wird der Druck 6,6 kg/qcm betragen) oder es muss das Gewölbe im Cementmörtel ausgeführt werden.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich der sehr grosse Unterschied, der bei den beiden in Vergleichung gestellten Belastungs-Berechnungen stattfindet. Denn während auf der linken Seite der Horizontalschub sich nur zu 6,5 cbm = 10400 kg ergeben hat, beträgt derselbe auf der rechten Seite = 16,26 cbm = 26016 kg, erfordert somit ein ganz erheblich stärkeres Widerlager, als der Schub an der linken Seite.

Ich wende mich nunmehr zur weitern Vorführung und Behandlung einer Anzahl ausgeführter oder entworfener Gewölbe.

---

§ 10.

Flachbogige Kreisgewölbe, sowie liegende Ellipsen- und Korbbogen-Gewölbe.

Nr. 1. Flachbogiges Kappengewölbe von 3,6 m Spannweite, $^1/_{10}$ Pfeil = 36 cm, 12 cm Stärke, ohne fremde Belastung, aus Vollziegeln, auf 1 m Länge; Abb. 12, Blatt 6.

$G = 1{,}89 \cdot 0{,}12 = 0{,}227$ qm (cbm); eingetheilt in 6 gleiche radiale Lamellen, jede $= \frac{0{,}227}{6} = 0{,}038$ qm; die Drehpunkte am Scheitel und am Widerlager in der Mitte des Gewölbes angenommen.

Unterwärts ist gezeichnet der Kräfteplan, zunächst mit dem nach Gutdünken angenommenen Pol O_1, zur Konstruktion der Hülfs-Drucklinie $B_1 A_1$. Darnach schneiden sich die beiden äussersten Tangenten $A_1 S_1$ und $B_1 S_1$ in

dem Punkte S_1, wonach also SG die Schwerlinie des halben Gewölbes ist. Diese schneidet im Punkte S die durch den Drehpunkt B gezogene horizontale oberste Tangente der wirklichen Drucklinie BA, somit ist AS die äusserste Tangente am Widerlager A. Zu derselben nun im Kräfteplane die Parallele AO gezogen, ergiebt den definitiven Pol O. Auf der Vertikalen ba die Flächen (Gewichte) der einzelnen Lamellen 1 bis 6 abgetragen, ergeben sich die Strahlen des Drucklinien-Polygons.

Wie die darnach in das Gewölbe BA eingetragene Drucklinie zeigt, fällt dieselbe fast vollständig mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen.

Nach dem Kräfteplane ergiebt sich der Horizontalschub $H = bO = 0{,}57$ qm (cbm), $= 0{,}57 \cdot 1600$ kg $= 912$ kg, also Druck im Scheitel $= \frac{912}{1200} = 0{,}76$ kg/qcm; und der Druck aufs Widerlager: $R = 0{,}61$ qm (cbm) $= 0{,}61 \cdot 1600$ kg $= 976$ kg, also $\frac{976}{1200} = 0{,}81$ kg/qcm.

Diese Drucke sind so geringe, dass unbedenklich die Dicke des Gewölbes auf 10 bis 8 cm ermässigt werden kann.

Die gezeichnete, mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen fallende Drucklinie ist in Bezug auf das Gewölbe die günstigste. In Bezug auf möglichste Beschränkung der Widerlagerstärke aber ist es günstiger, den Drehpunkt am Widerlager herabzurücken, und den Drehpunkt im Scheitel hinaufzurücken. Den erstern Drehpunkt 3 cm (1/4 Gewölbestärke) von der unteren Leibungskante, und den letztern Drehpunkt 3 cm unter dem obersten äussern Scheitelpunkt angenommen, ergiebt sich $g = 0{,}88$ m und $h = 0{,}42$ m, also $H = \frac{G \cdot g}{h} = \frac{0{,}227 \cdot 0{,}88}{0{,}42} = 0{,}476$ qm (cbm).

Nr. 2. Dasselbe Gewölbe, aber mit Hintermauerung, Sandüberfüllung, Fussboden und Nutzlast wie in Wohngebäuden 250 kg aufs qm; — Abb. 13, Blatt 6.

Die Nutzlast, reducirt auf Ziegelmauerwerk (1600 kg/qm) ist in der Zeichnung 16 cm hoch aufgetragen. Das Ganze ist in 6 vertikale Lamellen getheilt, deren Fläche (Gewichte auf 1 m Länge) sich berechnen.

$$1.\quad \frac{0{,}43+0{,}44}{2}\cdot 0{,}31 = 0{,}1349 \text{ qm},$$

$$2.\quad \frac{0{,}44+0{,}47}{2}\cdot 0{,}31 = 0{,}1411 \text{ „}$$

$$3.\quad \frac{0{,}47+0{,}52}{2}\cdot 0{,}31 = 0{,}1535 \text{ „}$$

$$4.\quad \frac{0{,}52+0{,}59}{2}\cdot 0{,}31 = 0{,}1721 \text{ „}$$

$$5.\quad \frac{0{,}59+0{,}69}{2}\cdot 0{,}31 = 0{,}1984 \text{ „}$$

$$6.\quad \left.\begin{aligned} &\frac{0{,}69+0{,}79}{2}\cdot 0{,}25 \\ +&\frac{0{,}79+0{,}68}{2}\cdot 0{,}06 \end{aligned}\right\} = 0{,}2291 \text{ „}$$

$$G = 1{,}0291 \text{ qm}.$$

Die Drehpunkte A und B in der Mitte des Gewölbes angenommen. Die Gewichte im Kräfteplane von b nach a aufgetragen, und die Hülfs-Drucklinie B_1A_1 nach dem willkürlich angenommenen Pol O_1 ausgetragen, die beiden äussersten Tangenten von B_1 und A_1 zum Schneiden bei S_1 gebracht, sodann die Schwerlinie SG gezogen, mit welcher die Horizontale von B in S sich schneidet, dann die äusserste Tangente AS und mit dieser eine Parallele

aO im Kräfteplane gezogen, so ergiebt sich der Pol O für die definitive Drucklinie BA. Wie aus der Zeichnung ersichtlich, fällt dieselbe wiederum fast völlig mit der Mittellinie zusammen.

Nach dem Kräfteplane ergiebt sich der Horizontalschub $H = bO = 2{,}12$ qm (cbm) $= 2{,}12 \cdot 1600$ kg $= 3392$ kg, also $\frac{3392}{1200} = 2{,}83$ kg/qcm Druck im Scheitel, — und der Druck aufs Widerlager $R = aO = 2{,}36$ qm (cbm) $= 2{,}36 \cdot 1600$ kg $= 3776$ kg, also $\frac{3776}{1200} = 3{,}15$ kg/qcm.

Die Sandüberschüttung, der Fussboden und die Nutzlast kommen erst zur Wirkung, nachdem das Gewölbe mindestens 3 Monat alt geworden, beim Entrüsten ist die Belastung erheblich geringer. Die vorermittelten Drucke sind so geringe, dass unbedenklich die Dicke des Gewölbes auf 10 cm ermässigt werden kann.

Wird der Drehpunkt A an das untere $^1/_4$ des Gewölbes herabgerückt, und der Drehpunkt B an das obere $^1/_4$ des Gewölbes hinaufgerückt, so ist dann die Drucklinie hinsichtlich Beschränkung der Widerlagerstärke günstiger als die Drucklinie AB, es ist alsdann $g = 0{,}77$ m, $h = 0{,}43$ m, also $H = \frac{G \cdot g}{h} = \frac{1{,}029 \cdot 0{,}77}{0{,}43} = 1{,}849$ qm (cbm).

Nr. 3. Dasselbe Gewölbe wie Nr. 2, jedoch mit ungleicher Belastung, und zwar die linke Hälfte ganz ohne Nutzlast, die rechte Hälfte aber mit 500 kg/qm Nutzlast (Menschengedränge, Tanzende, schwere Lasten); Abb. 14 Blatt 6.

Die rechtsseitige Nutzlast von 500 kg/qm, reducirt auf Ziegelmauerwerk (1600 kg/cbm) ist 0,31 m hoch in der Zeichnung aufgetragen. Jede Hälfte ist in 3 vertikale Lamellen getheilt, deren Flächen (Gewichte auf 1 m Länge) sich berechnen:

Flächen der linken Hälfte:

$$1.\ \frac{0{,}63 + 0{,}45}{2} \cdot 0{,}62 = 0{,}3348,$$

$$2.\ \frac{0{,}45 + 0{,}34}{2} \cdot 0{,}62 = 0{,}2449,$$

$$3.\ \frac{0{,}34 + 0{,}27}{2} \cdot 0{,}62 = 0{,}1891$$

$$G\,I = 0{,}7688.$$

Flächen der rechten Hälfte:

$$4.\ \frac{0{,}58 + 0{,}65}{2} \cdot 0{,}62 = 0{,}3813,$$

$$5.\ \frac{0{,}65 + 0{,}76}{2} \cdot 0{,}62 = 0{,}4371,$$

$$6.\ \frac{0{,}76 + 0{,}94}{2} \cdot 0{,}62 = 0{,}5270$$

$$G\,II = 1{,}3454.$$

Ermittelung der Schwerlinie S_1 der linken Hälfte:

	Flächen.	Hebelarm.	Momente.
1.	0,335	· 0,29	= 0,0972,
2.	0,245	· 0,92	= 0,2254,
3.	0,189	· 1,54	= 0,2911
	0,769		0,6137,

also $\frac{0{,}6137}{0{,}7690} = 0{,}80 = A\,S_1$.

Schwerlinie S_2 der rechten Hälfte:

	Flächen.	Hebelarm.	Momente.
4.	0,381 ·	1,54 =	0,5567,
5.	0,437 ·	0,92 =	0,4020,
6.	0,527 ·	0,30 =	0,1581
	1,345		1,1168,

also $\frac{1,1168}{1,345} = 0,83 = BS_2$.

Zur Ermittelung des Horizontalschubes H bei A und bei B ist folgendes Verfahren einzuschlagen (siehe Landsberg S. 193): Von der Mitte der Gewölbdicke bei B ist eine Linie BcS_1 zu ziehen (c ist die Mitte des Scheitels), und von der Mitte A nach dem Schnittpunkte S_1 die Linie AS_1. Von dem Schnittpunkte S_1 ist das Gewicht der linken Hälfte $GI = 0,769$ cbm bis d abzutragen dieses Gewicht zerlegt sich nach dem Parallelogramm der Kräfte nach den beiden Richtungen S_1A und S_1B, also zu zeichnen die Linie de parallel zu S_1B und die Linie df parallel zu S_1A; so ist S_1e die eine Seitenkraft R_1 und S_1f die andere Seitenkraft R_2. Davon wirkt R_1 auf das Widerlager A und zerlegt sich hier in eine Vertikalkraft und in eine Horizontalkraft; die letztere hat die Grösse eg, nach dem Kräftemassstabe gemessen = 0,88 cbm. Die Kraft R_2 wirkt auf das Widerlager B und zerlegt sich hier ebenfalls in eine Vertikalkraft und in eine Horizontalkraft; die letztere hat die Grösse $fi = 0,88$ cbm.

Auf der rechten Seite ist nun ebenso zu verfahren; von A die Linie AcS_2 zu ziehen und von der Mitte B die Linie BS_2; von S_2 das Gewicht der rechten Hälfte $GII = 1,345$ cbm bis k abzutragen, das Parallelogramm der Kräfte zu konstruiren, also kl parallel zu AS_2 und km parallel zu BS_2; darnach ist $S_2l = R_3$ und $S_2m = R_4$.

Davon wirkt R_3 auf das Widerlager B und zerlegt sich hier in eine Vertikalkraft und in eine Horizontalkraft; die letztere hat die Grösse $ln = 1{,}58$ cbm. Die Kraft R_4 wirkt auf das Widerlager A, und zerlegt sich daselbst ebenfalls in eine Vertikalkraft und in eine Horizontalkraft; die letztere hat dieselbe Grösse wie $ln = 1{,}58$ cbm.

Der Horizontalschub ergiebt sich nun auf der linken Seite $H_1 = 0{,}88 + 1{,}58 = 2{,}46$ cbm, und auf der rechten Seite $H_2 = 1{,}58 + 0{,}88 = 2{,}46$ cbm; demnach ist $H_1 = H_2$.

Nunmehr den Kräfteplan gezeichnet. Auf der Vertikalen ba die Gewichte der 6 Lamellen abgetragen, der Pol O ist von der Vertikalen ba entfernt = 2,46 cbm (der Horizontalschub) und die Lage durch Versuch so gefunden, wie in der Zeichnung angegeben. Die nach dem Kräfteplane in das Gewölbe übertragene Drucklinie hat, wie aus der Zeichnung ersichtlich, einen günstigen Verlauf; sie fällt zwar nicht mehr mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen, aber ihr Verlauf zeigt doch völlige Sicherheit der Konstruktion, auch bei verminderter Stärke des Gewölbes auf 10 cm.

Nr. 4. Gurtbogen von 4,5 m Spannweite, $^1/_8$ Pfeil $= \frac{4{,}5}{8} = 0{,}56$ m; 51 cm breit, 51 cm hoch, mit anschliessenden 2 Kappenhälften, jede 1,8 m halbe Spannweite, $^1/_2$ Stein stark (12 cm); die rechte Hälfte mit 500 kg/qm Nutzlast, die linke Hälfte ohne Nutzlast; Abb. 15 Blatt 7.

Die obere Zeichnung zeigt den Durchschnitt des Gurtbogens im Scheitel, und die beiden anschliessenden Kappenhälften, jede von 1,8 m halber Spannweite; die darunter befindliche Zeichnung zeigt die Ansicht des Gurtbogens mit seiner Belastung.

Die halbe Spannweite des Gurtbogens ist = 2,25 m.

Die linke Hälfte des Gurtbogens ist belastet durch die zwei anschliessenden Kappen ohne Nutzlast

$$= 2{,}25\text{ m} \cdot 1{,}34\text{ cbm} = 3{,}02\text{ cbm};$$

diese Belastung wird dargestellt durch eine Ziegelmauer von $2{,}25 \cdot 0{,}51 \cdot 2{,}64$ m hoch.

Die Belastung der rechten Hälfte des Gurtbogens beträgt 2,64 m hoch, dazu Nutzlast 500 kg/qm:

$$= (2 \cdot 1{,}8\text{ m} + 0{,}51) \cdot 2{,}25 = 9{,}25\text{ qm}$$

je $\frac{500}{1600} = 2{,}9$ cbm; also Höhe $= \frac{2{,}9\text{ cbm}}{2{,}25 \cdot 0{,}51} = 2{,}53$ m; sonach die ganze Belastung der rechten Hälfte

$$2{,}64 + 2{,}53 = 5{,}17\text{ m hoch.}$$

Jede Hälfte ist eingetheilt in 3 vertikale Lamellen, deren Flächen betragen:

1.	3,097 qm	4.	4,893 qm
2.	2,917 „	5.	5,017 „
3.	2,793 „	6.	5,196 „
G I =	8,807 qm	G II =	15,106 qm

Die Schwerlinien S_1 und S_2 sowie der Horizontalschub H sind in derselben Weise ermittelt wie vorhin bei Nr. 3. Der Horizontalschub $H_1 = H_2$ hat sich ergeben zu $8{,}52 + 14{,}09 = 22{,}61$ qm $= 11{,}3$ cbm, also $11{,}3 \cdot 1600$ kg $= 18000$ kg.

Der Nettoquerschnitt des Gurtbogens im Scheitel ist nach Abzug der beiden eingehauenen Kappen-Widerlager $51 \cdot 51 - 2 \cdot \frac{12 \cdot 5}{2} = 2540$ qcm. Sonach beträgt der Druck im Scheitel $\frac{18000}{2540} = 7{,}1$ kg/qcm und der Druck aufs

Widerlager rechts 13,35 cbm · 1600 kg = 21300 kg, also $\frac{21300}{2600} = 8{,}2$ kg/qcm. Dieser Druck ist für Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel zulässig, da die Maximal-Belastung erst nach 10—12 Monaten eintritt.

Wie die in die Zeichnung eingetragene Drucklinie zeigt, ist deren Verlauf günstig. Dieselbe verläuft im inneren 1/4 Kern.

Nr. 5. Gewölbte Decken der Hannoverschen Baumwoll-Spinnerei und Weberei in Linden bei Hannover. Abb. 16 Blatt 8.

Diese Decken, in 3 Geschossen der ausgedehnten Gebäude, sind im Jahre 1853 ausgeführt, und haben sich gut bewährt. Die Gewölbe von 3 m Spannweite, 0,34 m (etwa 1/9) Pfeil sind aus keilförmigen Formziegeln in Kalkmörtel, zwischen gusseisernen Balken (wie sie damals üblich waren) hergestellt, und zwar in Abtreppungen im Scheitel 12 cm und am Widerlager 22 cm stark. Ueber denselben ist Hintermauerung, Sandschüttung und ein Fliesenfussboden vorhanden. Die Nutzlast wird dargestellt durch Ziegelmauerwerk von 0,3 m Höhe.

In der Zeichnung ist die Gewölbehälfte in 5 vertikale Lamellen abgetheilt, deren Flächen (Gewichte auf 1 m Länge) Nr. 1 bis 5 betragen: 0,0750 + 0,2370 + 0,2613 + 0,2300 + 0,2153 qm, zusammen $G = 1{,}0186$ qm (cbm). Die Schwerlinie SG ist durch Rechnung ermittelt. Aus dem Kräfteplane ergiebt sich $H = 2{,}27$ qm (cbm), also der Druck im Scheitel $= \frac{2{,}27 \cdot 1600\,\text{kg}}{12 \cdot 100} = 3{,}03$ kg/qcm. Der Druck aufs Widerlager ergiebt sich aus dem Kräfteplane

zu 2,47 cbm, also $\frac{2{,}47 \cdot 1600\,\text{kg}}{22 \cdot 100} = 1{,}8\,\text{kg/qcm}$. Der Verlauf der Drucklinie ist sehr günstig, und auf Grund der vorstehend behandelten Fälle anzunehmen, dass auch bei vorkommender unsymmetrischer Belastung volle Sicherheit vorhanden ist.

Nr. 6. Eisenbahn-Brücke mit Quadergewölbe, 9 m Spannweite, 1/6 Pfeil, 0,62 m gleichmässig stark. Abb. 17 Blatt 8.

Die rechte Hälfte mit 1600 kg Nutzlast, reducirt auf Bruchsteinmauerwerk das cbm 2400 kg schwer, also in der Zeichnung dargestellt $\frac{1600}{2400} = 0{,}67$ m hoch. Die linke Seite ohne Nutzlast. Die Sandschüttung ist in der Zeichnung ebenfalls auf Bruchsteinmauerwerk reducirt. Jede Gewölbehälfte ist in 4 vertikale Lamellen abgetheilt.

Flächen der linken Hälfte:

1. $\frac{1{,}84 + 2{,}37}{2} \cdot 0{,}38 = 0{,}7999\,\text{qm}$

$+ \frac{2{,}37 + 1{,}86}{2} \cdot 0{,}84 = 1{,}7766$ „

$2{,}5765\,\text{qm}$

2. $\frac{1{,}86 + 1{,}37}{2} \cdot 1{,}22 = 1{,}9703$ „

3. $\frac{1{,}37 + 1{,}09}{2} \cdot 1{,}22 = 1{,}5006$ „

4. $\frac{1{,}09 + 1{,}05}{2} \cdot 1{,}22 = 1{,}3054$ „

$G\,\text{I} = 7{,}3528\,\text{qm}$

Flächen der rechten Hälfte:

5. $\frac{1{,}72 + 1{,}76}{2} \cdot 1{,}22 = 2{,}1228$ qm

6. $\frac{1{,}76 + 2{,}04}{2} \cdot 1{,}22 = 2{,}3180$ „

7. $\frac{2{,}04 + 2{,}53}{2} \cdot 1{,}22 = 2{,}7877$ „

8. $\left.\begin{array}{l} \frac{2{,}53 + 3{,}04}{2} \cdot 0{,}84 \\ + \frac{3{,}04 + 2{,}51}{2} \cdot 0{,}38 \end{array}\right\} = 3{,}3939$ „

G II $= 10{,}6224$ qm

Die Schwerlinie S_1 und S_2, sowie der Horizontalschub H sind in derselben Weise ermittelt wie vorhin bei Nr. 3. Der Horizontalschub $H_1 = H_2$ hat sich ergeben zu 4,18 + 6,15 = 10,33.

Die Drucklinie verläuft im mittleren 1/3 Kern, also günstig. Der gleichmässig vertheilte Druck beträgt im Scheitel $\frac{10{,}33 \cdot 2400\,\text{kg}}{62 \cdot 100} = 4$ kg/qcm, und am Widerlager rechts $= \frac{14{,}4 \cdot 2400\,\text{kg}}{62 \cdot 100} = 5{,}6$ kg/qcm.

Nr. 7. Versuchs-Gewölbe des Oesterreichischen Ingenieur- und Architecten-Vereins (siehe dessen Zeitschrift, Jahrgang 1895 Nr. 20—34), von Bruchsteinen in Cementmörtel, 23 m Spannweite, 1/5 = 4,6 m Pfeil; im Scheitel 0,60 m und am Widerlager 1,10 m stark. Abb. 18 Blatt 9.

Die rechte Hälfte zunächst belastet mit 1,5 t/qm, sodann belastet mit 3,218 t/qm bis zum Bruche; — die linke Seite unbelastet. In der Zeichnung sind die

Belastungen der rechten Seite auf Bruchsteinmauerwerk (1 cbm = 2400 kg) reducirt, aufgetragen. Jede Hälfte ist in 4 vertikale Lamellen abgetheilt, und in jeder die Schwerlinie gezeichnet.

Flächen der linken Hälfte:

1. $\frac{1{,}45 \cdot 0{,}76}{2} = 0{,}6510$ qm

$+\frac{1{,}45 + 1{,}08}{2} \cdot 2{,}3 = 2{,}9095$ „

$3{,}5605$ qm

2. $\frac{1{,}08 + 0{,}85}{2} \cdot 3{,}06 = 2{,}9529$ „

3. $\frac{0{,}85 + 0{,}70}{2} \cdot 3{,}06 = 2{,}3715$ „

4. $\frac{0{,}70 + 0{,}60}{2} \cdot 3{,}06 = 1{,}9890$ „

$G\ \mathrm{I} = 10{,}8739$ qm

und cbm auf 1 m Länge.

Gewicht der rechten Hälfte, mit Balastung von 1500 kg/qm = 0,625 cbm:

Eigenlast wie vor = 10.874 cbm

Fremde Last $12{,}26 \cdot 0{,}625 = 7{,}663$ „

$G\ \mathrm{II} = 18{,}537$ cbm

Gewicht der rechten Hälfte, mit Belastung von 3218 kg/qm = 1,34 cbm:

Eigenlast wie vor = 10,874 cbm

Fremde Last $12{,}26 \cdot 1{,}34 = 16{,}428$ „

$G\ \mathrm{III} = 27{,}302$ cbm

Die Schwerlinien S_1, S_2 und S_3, sowie die Horizontalschübe sind in derselben Weise ermittelt wie vorhin bei Nr. 3. Der Horizontalschub $H_1 = H_2$ bei der Belastung

der rechten Hälfte von 1500 kg/qm hat sich ergeben zu $6{,}27 + 10{,}53 = 16{,}80$ cbm, und der Horizontalschub bei der Belastung von 3218 kg/qm zu $6{,}27 + 15{,}83 = 22{,}10$ cbm. Im ersten Falle beträgt der gleichmässig vertheilte Druck im Scheitel $16{,}8 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg} = \frac{40320 \text{ kg}}{60 \cdot 100} = 6{,}72$ kg/qcm, und am Widerlager rechts

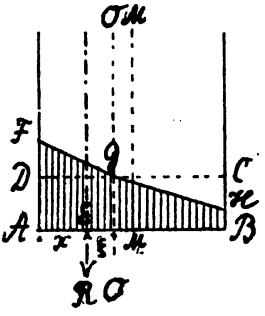
$$R = 23{,}6 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg} = \frac{56640}{110 \cdot 100} = 5{,}15 \text{ kg/qcm}.$$

Im 2. Falle beträgt der gleichmässig vertheilte Druck im Scheitel $22{,}1 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg} = \frac{53040 \text{ kg}}{60 \cdot 100} = 8{,}84$ kg/qcm, und am Widerlager rechts

$$R = 32{,}4 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg} = \frac{77760 \text{ kg}}{110 \cdot 100} = 7{,}07 \text{ kg/qcm}.$$

Der Verlauf der Drucklinie im 1. Falle (einseitige Belastung von 1500 kg/qm) ist günstig, sie hält sich im mittleren $^2/_4$ Kern. Die ungünstigste Stelle ist zwischen den Lamellen-Schwerlinien 3 und 4. An dieser Stelle nähert sich die Drucklinie der inneren Leibung bis $^1/_4$. Das Profil dieser Stelle zeigt die nebenstehende Abb. 18. Die Druckvertheilung stellt sich nach meiner Theorie (s. meine Schrift „Lage der neutralen Schichte etc.“ S. 67) wie folgt:

Abb. 18.



Die Dicke daselbst ist 70 cm und der gleichmässig vertheilte Druck 6,5 kg/qcm. Nach der Tabelle S. 67 meiner Schrift ist hierfür das Verhältniss von Zug zu Druck wie $1 : 2^1/_7 = 1 : 2{,}14$; also die

Lage der verschobenen neutralen Schichte von den beiden Leibungen $h_{,,} : h, = 1\sqrt{2,14} = 1 : 1,47$ also $h_{,,} = 28,0$ cm $= z$, und sonach $\xi = 10$ cm.

Die Entfernung der verschobenen neutralen Schichte von der Mitte ist 7 cm; der Totaldruck

$$R = 70 \cdot 100 \cdot 6,5 \text{ kg} = 45\,500 \text{ kg}.$$

Das Trägheitsmoment für den fraglichen Querschnitt berechnet sich $T_O = \frac{100 \cdot 70^3}{12} + 100 \cdot 70 \cdot 7^2 = 3\,201\,000$.

Die Vergrösserung des excentrisch wirkenden Druckes ist $N_2 = \frac{R \cdot \xi \cdot z}{T} = \frac{45\,500 \cdot 10 \cdot 28}{3\,201\,000} = 3,95$ kg, sonach ist der ganze Druck an der Kante $3,95 + 6,50 = 10,45$ kg. Das ist für frisches Cement-Mauerwerk, zur Zeit des Entrüstens, schon reichlich hoch. Nach der im vorstehenden § 8 mitgetheilten Tabelle ist dafür nur 6—8 kg angesetzt. Hierbei ist nun aber ein reichlich hoher Sicherheitsgrad angenommen, der Widerstand gegen wirkliches Zerdrücken liegt höher. Darnach ist es erklärlich, dass bei dem oben berechneten Drucke von 10,45 kg eine Zerdrückung sich nicht gezeigt hat.

Nach der jetzt gängigen Berechnungsmethode ergiebt sich der Kantendruck wie folgt. Die wirksame Druckfläche ist darnach $3 \cdot 18$ cm $= 54$ cm. Der darauf gleichmässig vertheilte Druck ist $\frac{45\,500 \text{ kg}}{54 \cdot 100} = 8,43$ kg/qcm. Nach der dreieckigen Druckfigur der Kantendruck das Doppelte $= 16,83$ kg. Wäre dieser Druck wirklich vorhanden gewesen, so würde unzweifelhaft schon ein Zerdrücken eingetreten sein. Da das nicht der Fall gewesen, so ist das wiederum ein Beleg dafür, dass die jetzt gängige Berechnungsmethode unrichtig ist.

In dem 2. Falle (einseitige Belastung von 3218 kg/qm) nähert sich die Drucklinie den Leibungsflächen bis auf $^1/_{10}$ der Gewölbedicke. Darnach ist es erklärlich, dass bei dieser kolossalen Belastung der Bruch des Gewölbes eingetreten ist.

Das Verhalten des vorbesprochenen Versuchs-Gewölbes ist ungünstiger, als bei fertigen Brücken, da bei jenem die linke Seite ganz ohne Belastung gelassen ist, während bei Brücken die Ausfüllung der Zwickel eine erhebliche Belastung bewirkt. Dadurch wird das Verhältniss zwischen den beiden Seiten ein günstigeres als bei dem vorbesprochenen Versuchs-Gewölbe. Immerhin ist dadurch erwiesen, dass durch die einseitig wirkende Nutzlast eine erhebliche Verschiebung der Drucklinie stattfindet. und dass sonach die von Hagen ausgesprochene Ansicht, man könne bei der Stärkenbestimmung der Gewölbe die Drucklinie als constant annehmen, nicht zutreffend ist.

Nr. 8. Korbbogen-Gewölbe unter der Fahrbahn der von Perronet im Jahre 1774 erbauten Seine-Brücke bei Neuilly, aus Quadern, 39 m Spannweite, 9,75 m Pfeil. Abb. 19 Blatt 10.

Die Abbildung habe ich entnommen aus Hagen's Schrift: „Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen und Kuppeln". Die Wölbungslinie weicht nur wenig von der Ellipse ab. Ich habe in der Zeichnung die elliptische Bogenlinie unter der Korbbogenlinie punktirt angegeben. Der untere Theil des Gewölbes von A bis B ist zum Widerlager gehörend anzunehmen, und daher die statische Untersuchung des Gewölbes nur auf den oberen Theil $BCDE$ zu erstrecken. Die Stärke des Gewölbes beträgt im Scheitel bei $CD = 1{,}63$ m, und am Widerlager bei $BE = 2{,}60$ m. Das Gewölbe $BCDE$ ist in der Zeichnung

abgetheilt in 9 vertikale Lamellen. Die Flächen derselben betragen:

1. $\frac{2{,}60 + 2{,}68}{2} \cdot 1{,}96 = 5{,}174$ qm
2. $\frac{2{,}68 + 2{,}76}{2} \cdot 1{,}96 = 5{,}331$ „
3. $\frac{2{,}76 + 3{,}0}{2} \cdot 1{,}96 = 5{,}645$ „
4. $\frac{3{,}0 + 3{,}24}{2} \cdot 1{,}96 = 6{,}115$ „
5. $\frac{3{,}24 + 3{,}68}{2} \cdot 1{,}96 = 6{,}782$ „
6. $\frac{3{,}68 + 4{,}24}{2} \cdot 1{,}96 = 7{,}762$ „
7. $\frac{4{,}24 + 5{,}04}{2} \cdot 1{,}96 = 9{,}094$ „
8. $\frac{5{,}04 + 6{,}04}{2} \cdot 1{,}96 = 10{,}858$ „
9. $\frac{6{,}04 + 6{,}40}{2} \cdot 0{,}46 = 2{,}861$ „

$+ \frac{6{,}40 + 4{,}30}{2} \cdot 1{,}50 = 8{,}025$ „

$G = 67{,}647$ qm

Diese Gewichte sind im Kräfteplane von c bis b abgetragen, und wegen Konstruktion der Hülfs-Drucklinie $C_1 B_1$ ist der Pol O_1 angenommen. Die beiden äussersten Tangenten schneiden sich im Punkte S_1. Durch diesen Punkt die Vertikale SG, die Schwerlinie der Gewölbehälfte, gezogen, ergiebt sich der Punkt S, auf welchen die letzte Tangente der wirklichen Drucklinie, von dem Drehpunkte am Widerlager, gerichtet ist. Mit dieser Tangente im

Kräfteplane die Parallele bO gezogen, ergiebt sich der Pol für die definitive Drucklinie. Diese stimmt genau überein mit der von Hagen konstruirten Drucklinie. Wie aus der Zeichnung ersichtlich, verläuft dieselbe sehr günstig.

Der Horizontalschub H ergiebt sich nach dem Kräfteplane $= cO = 120\,\text{cbm} \cdot 2400\,\text{kg} = 288000\,\text{kg}$, also der Druck aufs qcm im Scheitel $= \frac{288000\,\text{kg}}{163 \cdot 100} = 18\,\text{kg/qcm}$; und der Druck am Widerlager $R = bO = 139\,\text{cbm} \cdot 2400\,\text{kg} = 333600\,\text{kg}$, also aufs qcm $= \frac{333600\,\text{kg}}{260 \cdot 100} = 12{,}8\,\text{kg}$.

Dieser Druck ist geringer als der Druck im Scheitel, daraus folgt, dass die Stärke des Gewölbes am Widerlager unbeschadet der Sicherheit ermässigt werden kann.

Nr. 9. Elliptisches Brückengewölbe von den gleichen Maassen, wie das vorbehandelte Neuilly-Brückengewölbe, 39 m Spannweite und 9,75 m Pfeilhöhe. Abb. 20 Blatt 10.

Bei der Behandlung des Neuilly-Brückengewölbes warf sich mir die Frage auf: ob nicht eine elliptische Bogenlinie, oder eine derselben nahe kommende Korbbogenlinie sich günstiger erweisen werde, als die von Perronet für die Neuilly-Brücke gewählte Korbbogenlinie?

Zur Beantwortung dieser Frage habe ich in Abb. 20 Blatt 10 ein Korbbogengewölbe gezeichnet, welches sich der Ellipse noch mehr nähert, als das Neuilly-Gewölbe, — unter Beibehaltung der Hauptmaassen dieses Gewölbes, der Spannweite, der Pfeilhöhe, der Stärke im Scheitel, sowie der Fahrbahnlinie. Ich bemerke dazu Folgendes.

Der Krümmungsradius des mittleren Bogentheiles der Neuilly-Brücke ist 41,2 m, derjenige des in Abb. 20 gezeichneten Gewölbes aber 37,7 m. In dem letzteren liegt die Bogenlinie etwas tiefer, es sind also die Gewichte der

Lamellen 3—9 etwas grösser als bei der Neuilly-Brücke, und zwar zusammen = 2,3 cbm. Im Kräfteplane rücken also die Punkte 3—9 hinunter, und zwar der Punkt b um 2,3 cbm. Der Pol des Kräfteplanes rückt von O nach O_1. Der Verlauf der Drucklinie ist sehr günstig. Die Stärke des Gewölbes am Widerlager BE ergiebt sich zu 2,0 m, also um 60 cm geringer als bei der Neuilly-Brücke. Das Ergebniss ist nun folgendes.

$$G = 69{,}95 \text{ cbm},$$

$$H = 110 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg} = 264\,000 \text{ kg},$$

also der Druck im Scheitel

$$\frac{264\,000 \text{ kg}}{163 \cdot 100} = 16{,}2 \text{ kg/qcm},$$

$$R = 132 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg} = 316\,800 \text{ kg},$$

also der Druck am Widerlager

$$\frac{316\,800 \text{ kg}}{200 \cdot 100} = 15{,}84 \text{ kg/qcm},$$

also nahezu ebenso wie im Scheitel. Darnach ist das letztere Gewölbe günstiger als das Neuilly-Gewölbe.

Noch günstiger stellt sich aber ein Kreisbogengewölbe, wie in Abb. 20 punktirt angegeben und mit FJ bezeichnet ist. Der Krümmungsradius desselben ist 29,8 m; der Horizontalschub $H = 92$ cbm; die Stärke im Scheitel 1,20 m; die Stärke bei B 1,55 m. Die Gewölbestärke ist also geringer, und ferner ergiebt sich eine, dem geringeren Horizontalschube entsprechende geringere Widerlagerstärke. Bei dieser Gewölbeform ergiebt sich aber ein excentrischer Druck in $^1/_3$ der Gewölbestärke. Zur Vermeidung desselben empfiehlt sich also eine der Drucklinie angepasste Bogenlinie.

§ 11.

Spitzbogen-Gewölbe, sowie stehende Ellipsen- und Korbbogen-Gewölbe.

Die Spitzbogengewölbe werden, ebenso wie die Halbkreisgewölbe bis zu 30^0 oder 45^0 hintermauert, und ist sonach die statistische Untersuchung auf den oberen Theil, oberhalb der Hintermauerung zu beschränken. Lässt sich nun in diesem oberen Gewölbetheile eine Drucklinie mit horizontaler Tangente im Scheitel, und in genügender Entfernung von den beiden Leibungen, konstruiren, so halten die Horizontalschübe beider Gewölbehälften im Scheitel sich das Gleichgewicht, und es ist alsdann das Gewölbe standfähig. Kann aber, wie es bei Gewölben von geringer Stärke der Fall ist, in dem Gewölbe eine Drucklinie mit horizontaler Tangente im Scheitel und genügender Entfernung von den Leibungen nicht konstruirt werden, hat die mögliche Stützlinie vielmehr eine schiefe Richtung gegen die vertikale Mittellinie, so äussert sich im Scheitel ein aufwärts gerichteter Schub, welcher durch geeignete Mittel aufgehoben werden muss, um das Gewölbe standfähig zu machen.

Ein völlig unveränderlicher (isotroper) Stab AC der Abb. 19, schräg gegen eine feste Wand BC gerichtet, übt bei C einen horizontalen Schub H aus. Der dadurch bewirkte gleich grosse Gegenschub H_1 schneidet im Punkte S die Schwerlinie SG; auf diesen Punkt S ist der Gegendruck von A gerichtet. Die Mittelkraft von H_1 und G hat also die Richtung von SA; dieselbe zerlegt sich in A in die beiden Seitenkräfte $H_{,,} = H_{,} = H$, und G.

Ebenso ist das Verhalten bei einem isotropen, bogenförmigen Körper AC der Abb. 20. Aber

anders ist das Verhalten eines, aus einzelnen Gewölbesteinen bestehenden Gewölbes, ein solches, AC der Abb. 21, von

Abb. 19.

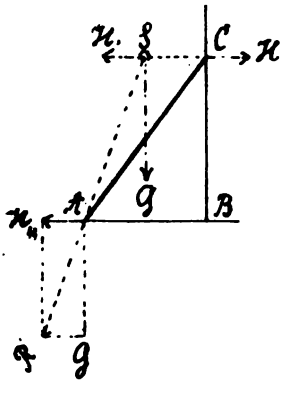
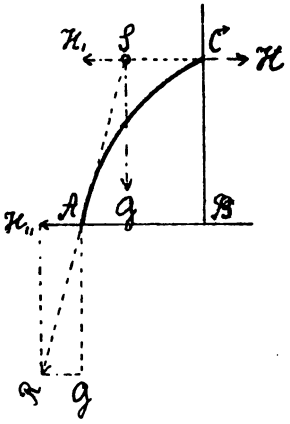


Abb. 20.



geringer Stärke, übt bei C in der Richtung der Tangente der möglichen Drucklinie einen schiefen Gewölbeschub CD aus.

Abb. 21.

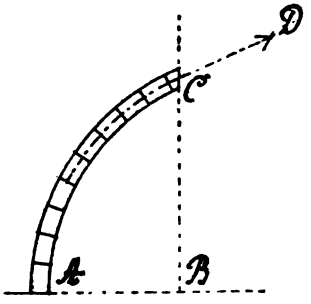
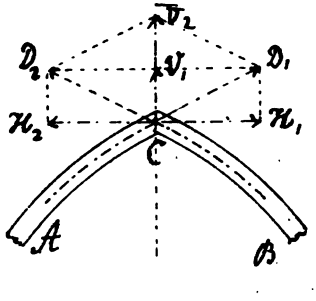


Abb. 22.



In der Abb. 22 seien AC und BC die oberen Theile der Drucklinien der beiden spitzbogigen Gewölbehälften, konstruirt in deren Kernen, schief gerichtet gegen die

Mittellinie; CD_1 sei der Gewölbeschub der linken Hälfte und CD_2 der Gewölbeschub der rechten Hälfte. Der Schub CD_1 zerlegt sich in C in die beiden Seitenkräfte H_1 und V_1, und der Schub CD_2 in die beiden Seitenkräfte H_2 und V_2. Die beiden Seitenkräfte H_1 und H_2 sind horizontal und einander entgegengesetzt gerichtet, halten sich also das Gleichgewicht. Die Seitenkräfte V_1 und V_2 sind aber vertikal nach aufwärts gerichtet, sie summiren sich also. Diesem aufwärts gerichteten Schube $V_1 + V_2$ muss daher durch eine gleich grosse Kraft entgegen gewirkt werden, um Gleichgewicht herzustellen, d. h. um das Gewölbe standfähig zu machen.

Der Gegendruck gegen den aufwärts wirkenden Schub $V_1 + V_2$ wird hergestellt durch Aufbau eines entsprechenden Mauerkörpers auf den Scheitel des Spitzbogengewölbes, oder durch Anwendung eines schweren Qnader-Schlusssteins, und bei den Gurtbögen zwischen Kreuzgewölben durch die ansteigenden, busigen Kappen, durch deren Druck der Auftrieb des Gurtbogen-Scheitels verhindert wird. Bei den spitzbogigen Grathbögen der Kreuzgewölbe wird der Auftrieb des Scheitels gleichfalls durch den Druck der anschliessenden Kappen verhindert. Bei den Kappen der Kreuzgewölbe wird der Auftrieb des Scheitels durch die übliche busige Gestaltung der Kappen verhindert. Bei spitzbogigen Gewölben mit geradem Firste lässt sich der fragliche Auftrieb $V_1 + V_2$ erheblich vermindern durch Anwendung leichter Ziegel, sodass dadurch die vorbesprochene Beschwerung erheblich vermindert wird. Dadurch vermindert sich dann auch der Horizontalschub und damit die Widerlagerstärke.

Ich will nunmehr eine Anzahl Zeichnungen von Spitzbogen-Gewölben mit betreffenden Bemerkungen vorführen.

Nr. 1. Spitzbogen-Gewölbe ohne fremde Belastung, von 12 m Spannweite, 9,15 m Pfeilhöhe, bis 45° hintermauert. Abb. 21 Blatt 11.

Der Radius des Bogens ist 10 m. Das Gewölbe ist von *A* bis *B*, in der Höhe der unterm Winkel von 45° angenommenen Hintermauerung, 25 cm stark, und darüber 12 cm stark. Die in diesem oberen Theile konstruirte Drucklinie mit horizontaler Tangente im Scheitel, und 3 cm (1/4 der Gewölbestärke) von der inneren Leibung unten und oben entfernt, tritt 17 cm über die obere Leibungslinie hinaus. Demnach ist das Gewölbe nicht standfähig. Die Drucklinie beansprucht eine Kernstärke von 26 cm, die Gewölbestärke müsste also $26 + 2 \cdot 6^1/_2 = 39$ cm betragen, um das Gewölbe standfähig zu machen.

Nr. 2. Spitzbogen-Gewölbe derselben Art und Grösse wie Nr. 1, aber nur bis 30° hintermauert. Abb. 22 Blatt 11.

Dabei tritt die mit horizontaler Tangente im Scheitel konstruirte Drucklinie $28^1/_2$ cm über die obere Leibung hinaus. Die Drucklinie mit horizontaler Tangente erfordert eine Kernstärke von $37^1/_2$ cm, die Gewölbestärke müsste also $37^1/_2 + 2 \cdot 9{,}4 = 56$ cm betragen, um das Gewölbe standfähig zu machen.

Nr. 3. Das vorstehend unter Nr. 1 beschriebene Spitzbogengewölbe, mit Hintermauerung bis 45°, von da ab 12 cm stark, aber mit Aufbau über dem Scheitel. Abb. 23 Blatt 12.

Das von *B* bis *C* in der Stärke von 12 cm auszuführende Gewölbe ist in der Zeichnung in 6 gleiche radiale Lamellen abgetheilt, deren Schwerlinien eingezeichnet sind. Für die zu konstruirende Drucklinie sind die Drehpunkte

zunächst am Widerlager wie am Scheitel in der Mitte der Gewölbestärke angenommen.

Bei den vorstehenden Untersuchungen der unbelasteten Halbkreisgewölbe hat sich ergeben, dass die Drucklinie im oberen Theile, oberhalb 45^0, nahezu mit der Mittellinie des Gewölbes zusammen fällt. Demgemäss ist auch hier dasselbe anzunehmen und kann daher, insbesondere für den Scheitelpunkt C, die Tangente CD der Mittellinie auch als Tangente der Drucklinie gesetzt werden. Für den Drehpunkt B am Widerlager werde zunächst gleichfalls die Tangente der Gewölbe-Mittellinie als Tangente der Drucklinie angenommen.

Im Kräfteplane sind nun auf der Vertikalen bc die Gewichte der einzelnen Lamellen 1 bis 6 abzutragen, sodann von b aus eine Parallele zur Tangente BR, und von c aus eine Parallele zur Tangente CD zu ziehen; diese beiden Parallelen schneiden sich im Punkte O. Das ist der vorläufig anzunehmende Pol des Kräfteplanes. Darnach die Drucklinie von dem Drehpunkte C aus in das Gewölbeprofil eingetragen, findet sich, dass dieselbe nahezu den Drehpunkt B trifft, dass also der Pol O schon der richtige ist. Nun die Vertikale bc des Kräfteplanes verlängert und die Horizontale Oe dagegen gezogen, so ergiebt sich cO als Maass des schiefen Schubes CD, welcher sich in C zerlegt in den Horizontalschub H_1 und in die aufwärts gerichtete Kraft V_1. Das Maass dieser beiden Seitenkräfte ergiebt sich aus dem Kräfteplane $H_1 = eO$ und $V_1 = ce$.

Die gleichen Kräfte ergeben sich für die rechte Gewölbehälfte, nämlich $H_2 = H_1$ und $V_2 = V_1$.

Die Horizontalkräfte H_1 und H_2 halten sich das Gleichgewicht, der aufwärts gerichtete Schub $V_1 + V_2$

aber muss durch einen aufgesetzten Mauerkörper M aufgehoben werden, um das Gewölbe standfähig zu machen.

Die Zahlenwerthe der vorbezeichneten Kräfte stellen sich für den vorliegenden Fall wie folgt:

Das Gewicht der Gewölbehälfte BC ist $G = 3{,}8$ m $\cdot 0{,}12$ m $= 0{,}456$ qm (cbm); der Horizontalschub $H_1 = H_2 = 0{,}80$ cbm, der Druck am Widerlager $R = 1{,}13$ cbm. Der im Scheitel aufwärts gerichtete Schub $V_1 = V_2 = 0{,}34$ cbm.

Dieser Schub wirkt an dem Hebelarm 3,1 m (Entfernung des Drehpunktes B von der Mittellinie), hat also das Moment $0{,}34 \cdot 3{,}1 = 1{,}054$ m cbm.

Die Hälfte des aufgesetzten Mauerkörpers M werde angenommen zu 0,38 m Breite und 0,96 m Höhe $= 0{,}36$ cbm; dieses Gewicht wirkt an dem Hebelarme $3{,}10 - 0{,}19 = 2{,}91$ m, hat also das Moment $0{,}36 \cdot 2{,}91 = 1{,}05$ cbm. Dasselbe ist also dem vorberechneten Momente von V_1 gleich, und demnach Gleichgewicht vorhanden.

Der im Gewölbe wirkende Druck aufs qcm, wenn aus Vollziegeln hergestellt, stellt sich im Scheitel

$$= \frac{0{,}80 \text{ cbm} \cdot 1600 \text{ kg}}{12 \cdot 100} = 1{,}07 \text{ kg/qcm},$$

und am Widerlager

$$= \frac{1{,}13 \text{ cbm} \cdot 1600 \text{ kg}}{12 \cdot 100} = 1{,}51 \text{ kg/qcm}.$$

Bei Anwenduug leichter Ziegel beträgt der Druck nur etwa $^2/_3$.

Vorstehend ist die Drucklinie in der Mittellinie des Gewölbes angenommen; wird dieselbe so konstruirt, dass sie bis auf $^1/_4$ der Gewölbestärke reicht, so vermindert sich entsprechend der aufwärts gerichtete Schub V.

Der Horizontalschub $H_1 = H_2$ ist fast um $^1/_3$ grösser als bei dem Halbkreisgewölbe. Abb. 7 Blatt 3.

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Nr. 4. Lanzettförmiges Spitzbogen-Gewölbe von 12 m Spannweite und 12 m Pfeilhöhe, geschlagen mit einem Halbmesser von 15 m; bis 30° hintermauert. Abb. 24 Blatt 13.

Die mit horizontaler Tangente im Scheitel konstruirte Drucklinie tritt 42 cm über die obere Leibung hinaus, sie erfordert eine Kernbreite von 51 cm, sonach müsste das Gewölbe eine Stärke von $51 + 2 \cdot 13 = 77$ cm erhalten, um ohne Aufbau standfähig zu sein. Damit das Gewölbe in der Stärke von 12 cm standfähig werde, ist ein Aufbau auf dem Scheitel erforderlich von etwa 1,0 m Breite und 1,3 m Höhe.

Nr. 5. Spitzbogiges Tonnengewölbe oder Gurtbogen von 12 m Spannweite, 9,15 Pfeilhöhe, 39 cm stark, hintermauert bis 45°, ohne Aufbau auf dem Scheitel. Abb. 25 Blatt 14.

Wie die Zeichnung zeigt, verläuft die Drucklinie, mit horizontaler Tangente im Scheitel, im Gewölbe, sie ist von den Leibungslinien $6^1/_2$ cm ($^1/_6$ der Gewölbestärke) entfernt. Das Gewölbe ist also standfähig.

Nr. 6. Spitzbogiges Tonnengewölbe oder Gurtbogen von derselben Spannweite und Pfeilhöhe wie Nr. 5, 56 cm stark, bis 30° hintermauert; ohne Aufbau auf dem Scheitel. Abb. 26 Blatt 14.

Auch bei diesem Gewölbe hält sich die Drucklinie, mit horizontaler Tangente im Scheitel, innerhalb des Gewölbes in der Kernbreite von $37^1/_2$ cm, so dass also eine Randbreite von 9,4 cm verbleibt.

Nr. 7. Spitzbogige Ueberwölbung von Thür- oder Fensteröffnungen in Mauern, von 3 m Spannweite, 2,6 m

Pfeilhöhe, 38 cm stark; mit 70 cm hoher Uebermauerung über dem Scheitel. Abb. 27 Blatt 15.

Der untere Theil des Gewölbes AB bis 30^0 ist zum Widerlager gehörend anzunehmen. Nach vorstehendem § 9 ist von der Hinter- und Uebermauerung nur der Theil rechts der unter 60^0 gerichteten Linie GF als Belastung des Gewölbes zu rechnen, da der Theil links dieser Linie sich durch Ueberkragung hält. Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, verläuft die Drucklinie günstig, sie ist 16 cm von den Leibungen entfernt.

Nr. 8. Dieselbe Ueberwölbung, aber in einer hohen Mauer. Abb. 28 Blatt 15.

Dabei ist von der Hinter- und Uebermauerung der Theil links der Linie HJ als Belastung des Gewölbes zu rechnen. Bei den hier angenommenen Maassen ist dieser Theil nur wenig grösser als bei Nr. 7, und daher die Drucklinie ebenso günstig.

Nr. 9. Spitzbogiges Brückengewölbe einer Brücke mit 3 Oeffnungen, welche vor gänzlicher Vollendung eingestürzt ist; beschrieben von Hagen in dessen vorstehend angezogener Schrift, S. 17. Abb. 29 Blatt 16.

Die Gewölbe dieser Brücke haben 9,4 m Spannweite, 8,1 m Pfeilhöhe, und in ganzer Höhe die gleiche Stärke von 79 cm. Die Bogenlinien sind geschlagen mit einem Halbmesser von 9,4 m. Die Gewölbe, die Hintermauerung sowie die Stirnmauern sind aus gesprengten bezw. gespaltenen Granitsteinen, als Bruchsteinmauerwerk, in Kalkmörtel ausgeführt. Die Hintermauerung ist 6 m hoch; die Erdüberschüttung ist über dem Scheitel 2,2 m hoch und über den Pfeilern 5,3 m hoch. In der Zeichnung ist die Erdschüttung auf Mauerwerk reducirt.

Der untere Theil AB des Gewölbes ist zum Widerlager zu rechnen, und sonach die Konstruktion der Drucklinie auf den oberen Theil BC zu beschränken. In der Zeichnung ist aber nach Hagen's Methode die Konstruktion der Drucklinie auch auf den unteren Theil des Gewölbes, bis an die Vertikale des inneren Kämpferpunktes A erstreckt. Ich habe sodann die Konstruktion der Drucklinie auch noch auf den Theil bis zur Vertikale des äusseren Kämpferpunktes A_1 ausgedehnt. Aus der Zeichnung ist ersichtlich, dass die Drucklinie des oberen Theiles BC nur um ein Weniges günstiger sich stellt als die gezeichnete Drucklinie. Dieselbe ist unverkennbar sehr ungünstig, sie nähert sich den Leibungen etwa bis auf 1/4 der Gewölbestärke, so dass aus dem excentrischen Drucke eine erhebliche Vergrösserung des Kantendrucks gegen den gleichmässig vertheilten Druck sich ergiebt. Die Druckverhältnisse stellen sich wie folgt. Der Querschnitt des Gewölbes auf 1 m Länge (rechtwinklig zur Bildebene) ist $= 79 \cdot 100 = 7900$ qcm. Aus dem Kräfteplane ergiebt sich der Horizontalschub $H = 8{,}2$ cbm $\cdot 2700$ kg $= 22\,140$ kg. Also im Scheitel gleichmässig vertheilter Druck

$$\frac{22\,140}{7900} = 2{,}8 \text{ kg/qcm}.$$

Bei B Druck etwa $22{,}5$ cbm $\cdot 2700$ kg $= 60\,750$ kg, also $\frac{60\,750 \text{ kg}}{7900 \text{ qcm}} = 7{,}69$ kg/qcm gleichmässig vertheilt. Dieser Druck wirkt excentrisch in 1/4 der Gewölbestärke, und daher ist für Kalkmörtelmauerwerk der Kantendruck etwa 11,5 kg. Auf den Kämpfer AA_1 kommt der Druck des halben Gewölbes mit dessen Belastung $ABCDEA_1$ $= 36$ cbm $\cdot 2700$ kg $= 97\,200$ kg, also

$$\frac{97\,200 \text{ kg}}{7900} = 12{,}3 \text{ kg/qcm}.$$

Der zulässige Druck von Bruchsteinmauerwerk in Kalkmörtel ist aber nur 5 kg/qcm. Darnach war also das fragliche Gewölbe im unteren Theile viel zu schwach. Entweder musste die Stärke nach unten entsprechend der Belastung zunehmen, oder aber man hätte das Gewölbe in Cementmörtel oder aus Quadern ausführen müssen.

Aus den vorstehend vorgeführten Spitzbogen-Gewölben ergiebt sich, dass die Drucklinie in denselben einen ungünstigen Verlauf hat, erheblich ungünstiger als in dem oberen Theile der Halbkreisgewölbe. Bei schwachen Gewölben muss der im Scheitel sich äussernde Auftrieb durch einen Aufbau aufgehoben werden; bei starken Gewölben ist es zwar möglich, in denselben eine Drucklinie mit horizontaler Tangente im Scheitel zu konstruiren, aber die Stärke muss beträchtlich grösser sein, als bei Halbkreisgewölben und die Drucklinie nähert sich den Leibungen in erheblichem Maasse, so dass eine bedeutende Vergrösserung des Kantendruckes stattfindet. Ferner übt das Spitzbogen-Gewölbe einen grösseren Horizontalschub aus als das Halbkreis-Gewölbe. Daraus ergiebt sich, dass das Spitzbogen-Gewölbe in statischer Hinsicht keine günstige, naturwüchsige Konstruktion ist.

Aber der Spitzbogen hat vor dem Rundbogen den grossen Vortheil voraus, dass dadurch die Ueberwölbung grosser Räume (Kirchen, Hallen etc.) mit oblongen Abtheilungen ganz wesentlich günstiger sich gestaltet, als bei der Ueberwölbung mittelst des Rundbogens. Diese sehr günstige, werthvolle Eigenschaft hat in der spätromanischen Bauperiode seine Einführung in das Bauwesen veranlasst, und hat bewirkt, dass er in der gothischen Bauperiode zur ausgedehntesten Herrschaft gelangt ist.

Ein solch werthvolles Element wird man trotz der ihm anhaftenden statischen Mangelhaftigkeit nur dann aufgeben dürfen, wenn es durch ein anderes Element ersetzt werden kann, welches denselben Vortheil gewährt wie der Spitzbogen, daneben aber in statischer Hinsicht günstiger ist als der Spitzbogen.

Ein solches Element bildet nun der Ellipsen-Bogen, oder der ellipsenartige Korbbogen. Betrachtet man die in den anliegenden Blättern vorgeführten Spitzbogen-Gewölbe, so weisen die in denselben gezeichneten Drucklinien sämmtlich auf die Ellipse hin. Ich habe daraus Veranlassung genommen, einige Ellipsen-Gewölbe in statischer Beziehung näher zu untersuchen, und will dieselben nachstehend vorführen.

Nr. 10. Elliptisches Gewölbe von 12 m Spannweite, 9,20 m Pfeilhöhe und im oberen Theile 12 cm Stärke; ohne fremde Belastung. Abb. 30 Blatt 17.

Dieses Gewölbe ist ähnlich dem vorstehend unter Nr. 1 und 3 besprochenen Spitzbogen-Gewölbe, Abb. 21 Blatt 11 und Abb. 23 Blatt 12. Dasselbe ist in gleicher Höhe = 7,25 m hintermauert, und von da ab bis zum Scheitel 12 cm stark. Es ist also mit den genannten Spitzbogen-Gewölben direkt vergleichbar. Wie die Zeichnung zeigt, verläuft die Drucklinie sehr günstig. Der Horizontalschub hat sich zu 0,46 cbm ergeben, während er bei dem Spitzbogen-Gewölbe Nr. 3 = 0,80 cbm beträgt, also sehr erheblich grösser ist.

Nr. 11. Elliptisches Gewölbe von 12 m Spannweite, 9,20 m Pfeilhöhe, im oberen Theile 12 cm stark, und in den darunter befindlichen Theilen 18 cm, bezw. 25 cm stark; ohne fremde Belastung. Abb. 31 Blatt 17.

Dasselbe ist nur auf 2,75 m hintermauert, dennoch verläuft die Drucklinie äusserst günstig. Der Horizontalschub beträgt auch hier, wie bei Nr. 10, nur 0,46 cbm $= 0{,}46 \cdot 1600$ kg $= 736$ kg, also der Druck im Scheitel $= \frac{736}{12 \cdot 100} = 0{,}61$ kg/qcm. Der Druck am Widerlager bei B ist $\frac{1{,}74 \text{ cbm} \cdot 1600 \text{ kg}}{25 \cdot 100} = 1{,}11$ kg/qcm.

Nr. 12. Schlankes elliptisches Gewölbe von 9,4 m Spannweite, 8,0 m Pfeilhöhe, im oberen Theile 12 cm stark, im unteren Theile 25 cm stark; ohne fremde Belastung. Abb. 32 Blatt 18.

Dasselbe ist nur auf 2,4 m Höhe hintermauert. Auch hier verläuft die Drucklinie äusserst günstig. Der Horizontalschub beträgt = 0,337 cbm, also der Druck im Scheitel $\frac{0{,}337 \cdot 1600 \text{ kg}}{12 \cdot 100} = 0.45$ kg/qcm; der Druck am Widerlager $= \frac{1{,}44 \text{ cbm} \cdot 1600 \text{ kg}}{25 \cdot 100} = 0{,}92$ kg/qcm.

Nr. 13. Elliptisches Brückengewölbe, in denselben Maassen wie das vorstehend unter Nr. 9, Abb. 29 Blatt 16 vorgeführte spitzbogige Brückengewölbe, von 9,4 m Spannweite, 8,1 m Pfeilhöhe. Abb. 33 Blatt 19.

Die Ausführung des von mir entworfenen Gewölbes ist angenommen aus Bruchsteinen in Cementmörtel; die Stärke im Scheitel 40 cm; nach dem Kämpfer hin in drei Absätzen zunehmend bezw. 52 cm, 64 cm und 75 cm. Die Erdaufschüttung über dem Gewölbe ist in gleicher Höhe angenommen wie bei dem Spitzbogengewölbe Nr. 9.

Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, verläuft die Drucklinie sehr günstig; sie fällt zwar mit der Mittellinie

nicht zusammen, ist aber im Scheitel nur 4 cm davon entfernt, so dass daselbst ihre Entfernung von der äusseren Leibung nach 16 cm beträgt. Der Horizontalschub hat sich ergeben zu $9{,}3\,\text{cbm} \cdot 2700\,\text{kg} = 25110\,\text{kg}$, demnach beträgt im Scheitel der gleichmässig vertheilte Druck $= \frac{25110}{40 \cdot 100} \doteq 6{,}28\,\text{kg/qcm}$. Bei dieser Inanspruchnahme findet eine Verschiebung der neutralen Schichte von 4 cm von der Mittellinie statt. Da nun die Drucklinie im Scheitel die gleiche Entfernung hat, so ist also ein Drehmoment nicht vorhanden, und wirkt demnach der Druck gleichmässig vertheilt. Der Druck am unteren Ende des oberen Theiles bei C ist

$$\frac{12{,}6\,\text{cbm} \cdot 2700\,\text{kg}}{40 \cdot 100} = 8{,}5\,\text{kg};$$

der Druck am unteren Ende des zweiten Theiles bei B

$$\frac{21{,}0\,\text{cbm} \cdot 2700\,\text{kg}}{52 \cdot 100} = 10{,}9\,\text{kg/qcm};$$

und der Druck am Kämpfer bei A

$$\frac{32{,}3\,\text{cbm} \cdot 2700\,\text{kg}}{75 \cdot 100} = 11{,}6\,\text{kg/qcm}.$$

Alle diese Belastungen finden erst statt nach vollständiger Herstellung der Erdauffüllung, nachdem das Mauerwerk mindestens 3 Monat alt ist; beim Entrüsten ist der Druck ganz bedeutend geringer. Es mag aber daran erinnert werden, dass die Erdaufschüttung nicht in wagerechten, sondern in bogenförmigen Schichten ausgeführt werden muss, so dass die Belastung des Gewölbes stets etwa das gleiche Verhältniss hat, wie die volle Belastung, damit keine zu starke Verschiebung der Drucklinie bei Ausführung der Erdschüttung eintritt.

Aus allen vorgeführten Beispielen ergiebt sich übereinstimmend und überzeugend, dass das elliptische Gewölbe in statischer Hinsicht eine völlig günstige, naturwüchsige und somit äusserst zweckmässige Konstruktion ist, und dass es in statischer Hinsicht dem Spitzbogengewölbe weit überlegen ist.

Schwache Spitzbogengewölbe müssen im Scheitel einen Aufbau erhalten, um dem sich äussernden Auftrieb entgegen zu wirken, dadurch wird aber das Gewicht und damit der Horizontalschub, also auch die Widerlagerstärke erheblich geösser als beim Halbkreisgewölbe und beim elliptischen Gewölbe. Soll der Aufbau vermieden werden, dann muss die Gewölbestärke so gross genommen werden, dass sich darin eine Drucklinin mit horizontaler Tangente im Scheitel konstruiren lässt. Dann wird aber in Folge der grösseren Stärke auch wieder der Horizontalschub und damit die Widerlagerstärke erheblich vergrössert, ausserdem der Uebelstand hervorgerufen, dass die Drucklinie sehr ungünstig verläuft, also ein starker excentrischer Druck im Gewölbe stattfindet.

Das Spitzbogengewölbe übt einen erheblich grösseren Horizontalschub aus, als das Halbkreisgewölbe und das elliptische Gewölbe. Es können in dieser Hinsicht in Vergleich gezogen werden:

1. Das Spitzbogengewölbe Nr. 3, Abb. 23 Blatt 11, Horizontalschub $= 0{,}80$ cbm $\cdot$ 1600 kg $=$ 1280 kg.

2. Das elliptische Gewölbe Nr. 10, Abb. 30 Blatt 17, Horizontalschub $= 0{,}46$ cbm $\cdot$ 1600 kg $=$ 736 kg.

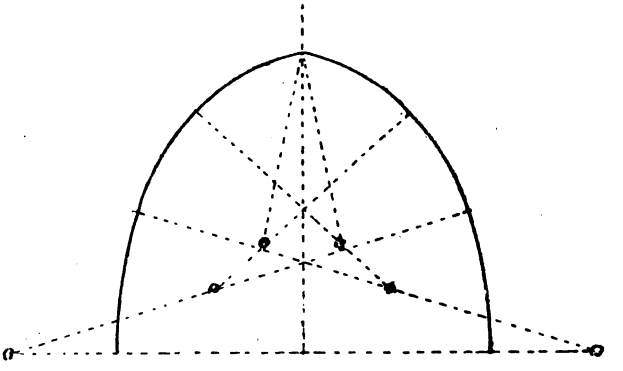
3. Das Halbkreisgewölbe S. 17, Abb. 7 Blatt 3, Horizontalschub $= 0{,}65$ cbm $\cdot$ 1600 kg $=$ 1040 kg.

Dieser Umstand spricht sehr zu Ungunsten des Spitzbogengewölbes. Es ist die Meinung weit verbreitet, das

Spitzbogengewölbe sei in statischer Hinsicht eine günstige Konstruktion und übe einen geringern Horizontalschub aus als das Halbkreisgewölbe. Auch ich bin früher dieser Meinung gewesen, dieselbe ist aber dem Vorstehenden nach völlig irrig. Man hat sich zu dieser Meinung durch die grössere Steilheit des Spitzbogens verleiten lassen, und die ungünstige statische Eigenschaft desselben nicht erkannt.

Die ungünstig statische Eigenschaft des Spitzbogens hat sich schon in der gothischen Bauperiode herausgestellt und man hat verschiedene künstliche Mittel angewandt, um derselben entgegen zu wirken. Dahin gehört der vorhin besprochene Aufbau auf den Scheitel (Abb. 23 Blatt 12), um den Auftrieb zu heben, ferner die Anwendung eines schweren Quaderschlusssteines, ferner die Ansteigung der Kappen, und ferner die busenförmige Gestaltung der

Abb. 23.



Kappen der Kreuzgewölbe. Bei diesen Gewölben sind die Kappen nicht spitzbogig ausgeführt, sondern busenförmig, also kugelförmig; dadurch hat man die Standfähigkeit bei geringer Stärke erreicht. Ferner hat man die schlanken Spitzbogen aus mehreren Kreisstücken so geformt, dass die

Bogenlinie nach dem Scheitel hin flacher, und dadurch in statischer Hinsicht günstiger wurde, wie Abb. 23 zeigt. Geht man auf diesem Wege einen Schritt weiter, so kommt man auf den elliptischen Bogen, der in statischer Hinsicht am günstigsten ist.

---

§ 12.

Kreuzgewölbe.

Bei Kreuzgewölben mit tonnenartigen Kappen, deren First also horizontal und gerade ist, wirkt der ganze Schub und Druck auf die Grathbögen und wird durch diese auf die Ecken übertragen. Gegen die Stirnen wirkt bei solchen Kreuzgewölben kein Schub. Anders ist das Verhalten der Kreuzgewölbe mit busigen (kuppelförmigen) Kappen, diese äussern ausser auf die Grathbögen auch einen Schub gegen die Stirnen. Zuerst werde die Untersuchung auf die erstere Art erstreckt.

Es kommt hauptsächlich darauf an, die Druck- und Schubwirkung der Kappen auf die Grathbögen, sowie die Druck- und Schubwirkung der Grathbögen auf die Ecken zu ermitteln. Zu dem Zwecke haben mehrere Autoren die Kappengewölbe in parallele Streifen, parallel zu den Stirnen zerlegt, wie es Abb. 34 Blatt 20 zeigt, und daraus den Druck und Schub auf die Grathbögen ermittelt. Aus dieser Auffassung ergiebt sich, dass Druck und Schub im Grathbogen vom Scheitel nach dem Widerlager hin allmählig zunehmen, und das hat man graphisch dargestellt durch einen treppenförmigen Kräfteplan. Diese Auffassung ist aber nicht richtig. Sie würde zutreffend sein, wenn die Kappengewölbe wirklich aus getrennten Streifen bestänen; das aber ist nicht der Fall. Die Kappengewölbe

bilden eine zusammenhängende, einheitliche Schaale, welche auf den Grathbögen ihr Auflager hat und deren Last gleichmässig sich auf den Grathbogen vertheilt. Die Belastung des Grathbogens ist demnach durchweg in gleicher Höhe über dem ganzen Grathbogen aufzutragen, wie die nachfolgenden Beispiele zeigen.

Den Schub der Kappen anlangend, so ist zu beachten, dass derselbe vom Scheitel nach dem Widerlager hin nicht allmählich zunimmt, sondern dass derselbe in allen Streifen, parallel zur Stirn, ob lang oder kurz, völlig gleich gross ist. Sonach ist der Schub der Kappen in der Mitte des Firstes, also auch in der Mitte der Projection des Grathbogens, vereinigt anzunehmen. Diese an beiden Seiten des Grathbogens wirkenden Kappenschübe, welche sich nach dem Gesetze vom Parallelogramm der Kräfte in der Richtung des Grathbogens zusammensetzen, kommen zu dem eigenen Schube des belasteten Grathbogens hinzu, und dieser vereinigte Schub ist im ganzen Grathbogen, von oben bis unten, völlig gleich gross. Die nähere Begründung dieser Angaben ist von Landsberg in dessen Werke „Die Statik der Baukonstruktionen" S. 263 u. f. gegeben und erlaube ich mir darauf Bezug zu nehmen. Herr Landsberg hat daselbst das Gewicht der Kappen für die Flächeneinheit der Grundrisszeichnung, zur Vereinfachung der Berechnungen, gleich gross angenommen, mit dem Bemerken, dass solches für die Praxis genügend genau sei. Bei flachen Gewölben ist das der Fall, bei stark gekrümmten Gewölben aber empfiehlt es sich, das Gewicht der Kappen nach den abgewickelten Flächen zu berechnen.

Für die Ermittelung des Schubes ist es gleichgültig, ob die Schichten der Kappen rechtwinklig zu den Stirnen, oder rechtwinklig zu dem Grathbogen gerichtet sind; für

die Ausführung in Ziegeln ist bekanntlich die letztere Art entschieden vorzuziehen.

Die Untersuchung ist auch hier, wie bei den früher behandelten Gewölben, zu beschränken auf den Theil oberhalb der Hintermauerung.

Ich will nun einige von mir ausgeführte Untersuchungen nachfolgend vorführen.

Nr. 1. Halbkreisförmiges Kreuzgewölbe über einem quadratischen Raume von 6 m Seite. Abb. 34 Blatt 20.

Abb. 34a ist der Grundriss von $^1/_4$ des vorbezeichneten Kreuzgewölbes; 34b der halbkreisförmige Schildbogen; 34c der Durchschnitt durch den Grathbogen; die vorgenanten Zeichnungen im Maassstabe von $^1/_{50}$; 34d der obere Theil des Grathbogens in $^1/_{25}$; 34e Profil vom oberen Theile des Grathbogens in $^1/_{25}$.

Die Hintermauerung ist unterm Winkel von 45° bis A_1 angenommen. Von da an sind Kappen und Grathbogen 12 cm stark. Der letztere, mit den Kappen im Verbande ausgeführt, ist zu 38 cm Breite angenommen. In dem Durchschnitte Abb. 34d ist das Gewicht der abgewickelten Kappen als Belastung, 0,41 m hoch, 0,38 m stark, aufgetragen. Die Drucklinie verläuft sehr günstig. Der Horizontalschub des belasteten Grathbogens ist = 0,94 cbm; dazu kommt der in der Diagonale vereinigte Schub der beiden Kappen $= 0{,}646 \text{ cbm} \cdot \sqrt{2} = 0{,}90 \text{ cbm}$, also der Gesammtschub $H = 1{,}84$ cbm. Darnach ist der gleichmässig vertheilte Druck im Scheitel

$$= \frac{1{,}84 \cdot 1600 \text{ kg}}{38 \cdot 12} = 6{,}46 \text{ kg/qcm};$$

und am Widerlager bei A_1

$$R = \frac{(1{,}1 + 0{,}9) \cdot 1600 \text{ kg}}{38 \cdot 12} = 7{,}0 \text{ kg/qcm}.$$

Nr. 2. Halbkreisförmiges Kreuzgewölbe über einem gleich grossen quadratischen Raume von 6 m Seite. Abb. 35 Blatt 20.

Der Grathbogen ist hierbei 25 cm hoch und 25 cm breit angenommen. Die Drucklinie verläuft auch hier sehr günstig. Der Horizontalschub des belasteten Grathbogens ist $= 1{,}13$ cbm; dazu kommt der in der Diagonale vereinigte Schub der beiden Kappen $= 0{,}66 \text{ cbm} \cdot \sqrt{2} = 0{,}92$ cbm, also der Gesammtschub $H = 2{,}05$ cbm. Demnach ist der Druck im Scheitel

$$= \frac{2{,}05 \cdot 1600 \text{ kg}}{25 \cdot 25} = 5{,}3 \text{ kg/qcm};$$

und am Widerlager

$$= \frac{(1{,}32 + 0{,}92) \cdot 1600}{25 \cdot 25} = 5{,}73 \text{ kg/qcm}.$$

Nr. 3. Grathbogen zu einem spitzbogigen Kreuzgewölbe nach Abb. 22 Blatt 11 mit Hintermauerung bis 30^0, über einem quadratischen Raume von 12 m Seite. Abb. 36 Blatt 21.

Der Grathbogen ist 38 cm breit, 50 cm hoch. Die busigen Kappen, 12 cm stark, sind abgewickelt als Belastung in der Zeichnung aufgetragen. Die Drucklinie verläuft nicht günstig, sie nähert sich den Leibungen auf $\frac{1}{4^1/_2}$, der Druck ist also stark excentrisch. Der Horizontalschub des belasteten Grathbogens ist $= 4{,}0$ cbm; dazu kommt der in der Diagonale vereinigte Schub der beiden Kappen $= 3{,}0$, also der Gesammtschub $H = 7{,}0$ cbm. Der Druck am Widerlager bei A_1 beträgt $6{,}5 + 3{,}0 = 9{,}5$ cbm, also der gleichmässig vertheilte Druck

$$\frac{9{,}5 \cdot 1600 \text{ kg}}{50 \cdot 38} = 8{,}0 \text{ kg/qcm}.$$

Wegen der excentrischen Wirkung ist aber der nach den früheren Angaben zu berechnende Kantendruck erheblich grösser, derselbe beträgt bei $A_1 = 11{,}8$ kg/qcm; er ist also für frisches Cementmörtel-Mauerwerk (zur Zeit des Entrüstens) zu gross. Es muss daher die Stärke des Grathbogens entsprechend grösser angenommen werden, oder die Ausführung in festen Quadern geschehen.

Nr. 4. Grathbogen zu einem elliptischen Kreuzgewölbe nach Abb. 31 Blatt 17, aber die Hintermauerung in gleicher Höhe wie vorstehend bei Nr. 3 angenommen. Abb. 37 Blatt 21.

Dabei ist die Breite des Grathbogens wie bei Nr. 3 angenommen, die Stärke aber in dem oberen $^2/_3$ nur zu 38 cm und nur in dem unteren $^1/_3$ zu 50 cm. Die Drucklinie verläuft darin günstiger als bei Nr. 3. Der Horizontalschub des belasteten Grathbogens ist $= 3{,}9$ cbm; dazu kommt der in der Diagonale vereinigte Schub der beiden Kappen $= 3{,}0$ cbm, somit beträgt der Gesammtschub $= 6{,}9$ cbm $= 6{,}9 \cdot 1600 = 11\,040$ kg, also der Druck im Scheitel bei gleichmässiger Vertheilung

$$= \frac{11\,040 \text{ kg}}{38 \cdot 38} = 7{,}65 \text{ kg/qcm}.$$

Der Druck am Widerlager bei A_1 beträgt $6{,}15 + 3{,}0 = 9{,}15$ cbm, also der gleichmässig vertheilte Druck

$$= \frac{9{,}15 \cdot 1600 \text{ kg}}{50 \cdot 38} = 7{,}7 \text{ kg/qcm}.$$

Durch die vorhandene, geringe Excentricität des Druckes findet eine Vergrösserung des Kantendruckes nicht statt, da die Drucklinie über die verschobene Achse nicht hinaus geht, sondern der Werth ξ negativ ist.

Die Vergleichung von Nr. 3 und Nr. 4 ergiebt, dass der Grathbogen des elliptischen Gewölbes erheblich günstiger ist, als der Grathbogen des spitzbogigen Gewölbes.

---

§ 13.

Die Widerlager.

Zur Ermittelung der Widerlagerstärke ist es erforderlich, den Schnittpunkt der Fortsetzung der Drucklinie des Gewölbes mit der Sohle des Widerlagers zu bestimmen. Das kann auf verschiedene Weisen geschehen, wie nachfolgend angegeben werden soll. Es kommen dabei zwei Fälle in Betracht: erstens die Widerlagsstärke ist gegeben, bezw. vorläufig projectirt, oder zweitens die Widerlagsstärke ist nicht gegeben.

1. Fall. Die Widerlagsstärke ist gegeben, bezw. projectirt.

Als Beispiel dienen die Abb. 38 und 39 Blatt 22, einer Brücke der Hannoverschen Eisenbahnen, welche vor etwa 50 Jahren aus Bruchsteinen in Kalkmörtel, mit Quadergewölbe erbaut ist und bei den Proben, sowie durch die Erfahrung sich bewährt hat.

Das Gewölbe dieser Brücke ist vorstehend, § 10 und Abb. 17 Blatt 8 behandelt, und zwar bei einseitiger schwerster Nutzlast. Hier werde zunächst die für das Widerlager ungünstigste linke Seite (ohne Nutzlast) untersucht.

1. Verfahren. Die Längeneinheit (rechtwinklig zur Bildebene) werde wieder zu 1 m angenommen, sodass die Flächenzahlen auch den cubischen Inhalt bezeichnen. Die Stärke der Widerlagsmauer ist $AD_1 = 0{,}38$ m $+ D_1F$ $= 3{,}42$ m, zusammen $= 3{,}8$ m. Die Höhen betragen AB $= 4{,}40$ m; $D_1C = 4{,}94$ m; $D_1D = 6{,}8$ m; $FE = 6{,}6$ m; sonach der ganze Querschnitt der Widerlagsmauer nebst

deren auf Mauerwerk reducirte Erdüberschüttung G_2 = 1,77 + 22,90 = 24,67 qm (cbm). Darnach ergiebt sich die Entfernung der Schwerlinie S_1 dieses Querschnitts von der Kippungskante F zu

$$\frac{1{,}77 \cdot 3{,}61 + 22{,}90 \cdot 1{,}71}{24{,}67} = 1{,}85 \text{ m.}$$

Die Eigenlast der linken Gewölbehälfte, einschliesslich deren Uebermauerung und Erdüberschüttung ist nach § 10 S. 68 $G_1 = 7{,}35$ cbm; also die Gesammtlast $G_1 + G_2$ = 7,35 + 24,67 = 32,02 cbm. Die Drucklinie der linken Gewölbehälfte, sowie die Richtung der Resultante R_1 von der Kämpferfuge J ab, ist aus der Abb. 17 Blatt 8 übertragen. Diese Resultante schneidet die Schwerlinie S_1 in dem Punkte K. Daselbst zerlegt sich die Resultante R_1 in ihre beiden Seitenkräfte $H = 10{,}33$ cbm und G_1 = 7,35 cbm. Auf der nach unten verlängerten Schwerlinie S_1 um die beiden Gewichte $G_1 + G_2 = 32{,}02$ cbm, nach dem Kräftemaassstabe 2 mm = 1 cbm, bis G abgetragen und auf der durch G gezogenen Horizontalen den Horizontalschub $H = 10{,}33$ cbm bis R abgetragen, so ergiebt die Linie KR die Resultante aus Gesammtgewicht G und Horizontalschub H. Dieselbe schneidet die Sohle der Widerlagsmauer im Punkte L. Wäre dieser Punkt L die Hinterkante der Widerlagsmauer, so befände sich die Konstruktion an der äussersten Grenze des Gleichgewichts. Das aber ist unzulässig, es muss die Stärke der Widerlagsmauer noch um ein genügendes Maass über diesen Punkt L hinausgehen. Nach der Zeichnung ist die Drehkante F von dem Schnittpunkte $L = 0{,}70$ m entfernt und es ist nun die Frage zu beantworten, ob diese Entfernung genügende Sicherheit gewährt. In dem Punkte L zerlegt sich die Resultante R in ihre beiden Seiten-

kräfte H und G. Die letztere wirkt also excentrisch in etwa $^1/_5$ der Sohlenstärke FA von F entfernt.

Die Druckvertheilung im Mauerwerke bei excentrischer Belastung habe ich in meiner Schrift: „Die Lage der neutralen Schichte bei gebogenen Körpern und die Druckvertheilung im Mauerwerke bei excentrischer Belastung" Hannover 1897, ausführlich behandelt und erlaube ich mir, darauf zu verweisen. Ich habe daselbst angeführt, dass für frisches Kalkmörtel-Mauerwerk der Druck an der äussern und innern Kante der Mauer etwa anzunehmen ist nach dem umgekehrten Verhältnisse der beiden Maasse FL und LA, also in dem vorliegenden Falle im Verhältnisse von 4:1. Bei gleichmässiger Vertheilung der Belastung würde der Druck aufs qcm betragen:

$$\frac{32{,}02 \text{ cbm} \cdot 2400 \text{ kg}}{380 \cdot 100} = 2{,}02 \text{ kg/qcm}$$

Nach dem vorbemerkten Verhältnisse von 4:1 ergiebt sich der Druck an der äussern Kante F zu 3,24 kg/qcm und an der innern Kante A zu 0,81 kg/qcm. Als zulässige Belastung von Bruchsteinmauerwerk in Kalkmörtel ist 5 kg/qcm anzunehmen, mithin ist genügende Sicherheit vorhanden.

2. Verfahren. Die Resultante R_1 der Gewölbehälfte zerlegt sich in dem Kämpferpunkte J in ihre zwei Seitenkräfte H und G_1. Die Entfernung der Schwerlinie S_2 der beiden Gewichte G_1 und G_2 von der Hinterkante EF berechnet sich zu $= 2{,}23$ m. Mit dieser Schwerlinie S_2 schneidet sich die Richtung des Horizontalschubes von J aus in dem Punkte M; von diesem Punkte auf der nach unten verlängerten Schwerlinie die beiden Gewichte $G_1 + G_2$ abgetragen, und auf der Horizontale des Punktes N den Horizontalschub $H = 10{,}33$ abgetragen, ergiebt sich der Punkt O als Endpunkt der Resultante MO. Die

Grösse dieser Resultante ist gleich der Grösse der Resultante KR des 1. Verfahrens, und die Richtung beider Resultanten fällt zusammen, wie es ja auch sein muss; somit ergiebt also auch die Resultante MO denselben Schnittpunkt L mit der Sohle der Widerlagsmauer.

Der in M wirkende Horizontalschub H hat den Hebelarm MS_2, also das Moment $10{,}33 \cdot 4{,}7 = 48{,}55$. Diesem Schub-Momente wirkt entgegen das Widerstands-Moment $(G_1 + G_2) \times$ Hebelarm $FS_2 = 32{,}02 \cdot 2{,}23 = 71{,}40$; es ist also vorhanden $\frac{71{,}40}{48{,}55} = 1{,}47$ fache Sicherheit.

Dieser Sicherheitsgrad ist geringer als von verschiedenen Autoren als nöthig bezeichnet ist. Diese Angaben lauten dahin, dass für Hochbaukonstruktionen $1\frac{1}{2}$ bis 2 fache Sicherheit, für Chausseebrücken 2 bis $2\frac{1}{2}$ fache Sicherheit zu nehmen sei, und Scheffler bemerkt S. 88: bei Eisenbahnbrücken dürfte es rathsam sein, den Koëfficienten 3 zu nehmen. Dazu ist zu bemerken, dass den vorgenannten Koëfficienten zu Grunde liegt nur die Eigenlast der Konstruktion, also nicht auch die Nutzlast. Wird in dem vorstehenden Beispiele nur das Eigengewicht des Gewölbes einschliesslich dessen Uebermauerung und Ueberschüttung $= 7{,}35$ cbm in Anrechnung gebracht, und der Angriffspunkt von H am obern $\frac{1}{5}$, sowie der Drehpunkt am Widerlager am untern $\frac{1}{5}$ der Gewölbestärke angenommen, was völlig zulässig ist, so ergiebt sich der Horizontalschub H zu 6,5 cbm, also dessen Moment zu $6{,}5 \cdot 4{,}7 = 30{,}55$, demnach der Sicherheitsgrad zu

$$\frac{71{,}40}{30{,}55} = 2{,}34.$$

In dem vorstehenden Beispiele ist aber der ungünstigste Fall bei der grössten Nutzbelastung behandelt. Und dieses Verfahren, sowie die Untersuchung des Kantendruckes an

der Kippungskante F, ist unverkennbar zuverlässiger als die Annahme eines allgemeinen Sicherheits-Koëfficienten.

3. Verfahren. Man ermittelt die Schwerlinie S_3 der ganzen Hälfte des Bauwerks, also des halben Gewölbes und des zugehörigen Widerlagers. Die Entfernung der Schwerlinie des halben Gewölbes von der Vertikalen der Kippungskante F ist $= 5{,}45$ m, also das Moment

$$7{,}35 \text{ cbm} \cdot 5{,}45 \text{ m} = 40{,}06.$$

Das Moment des Widerlagers ist

$$24{,}67 \text{ cbm} \cdot 1{,}85 \text{ m} = 45{,}55;$$

also die Entfernung der Schwerline S_2 von der Vertikalen der Kippungskante F

$$= \frac{40{,}06 + 45{,}55}{7{,}35 + 24{,}67} = 2{,}67 \text{ m}.$$

Die Horizontale des im Scheitelpunkte P wirkenden Horizontalschubes H schneidet die Schwerlinie S_3 im Punkte Q. Von diesem Punkte wird auf der nach unten verlängerten Schwerlinie das Gesammtgewicht von $G_1 + G_2$ abgetragen und auf der durch T gezogenen Horizontale der Horizontalschub nach U aufgetragen, so ist QU die Resultante. Dieselbe schneidet wiederum die Sohle des Widerlagers in L, fällt also gleichfalls mit den früheren Resultanten zusammen.

4. Verfahren. Dasselbe ist in Abb. 39 Blatt 22 ausgeführt. Darin ist die Drucklinie des Gewölbes ebenso gezeichnet wie in Abb. 38, um eine directe Vergleichung mit den andern angeführten Verfahren zu ermöglichen. Das Widerlager ist, ähnlich wie bei Gewölben, in eine Anzahl vertikaler Lamellen getheilt, und in jeder die Schwerlinie gezeichnet. In den nebenstehenden Kräfteplan sind die Gewichte der Lamellen des Widerlagers, 5 bis 8, unter den Gewichten 1—4 des Gewölbes, abgetragen und ist darnach die Drucklinie im Widerlager konstruirt. Dieselbe

schneidet die Sohle des Widerlagers im Punkte L_1. Derselbe hat die gleiche Entfernung von der Kippungskante F_1 wie in Abb. 38. Es ergeben also alle 4 Verfahren das gleiche Resultat.

5. Verfahren. Die Entfernung FL kann auch durch Rechnung gefunden werden. Dieselbe werde mit x bezeichnet, und die Entfernung LS_2 mit y; $x + y = g$, also $y = g - x$. Es verhält sich $H : G = y : h$, also

$$H \cdot h = G \cdot y = G \cdot (g - x) = G \cdot g - G \cdot x,$$

$$\text{sonach} \quad G \cdot x = G \cdot g - H \cdot h,$$

$$\text{und demnach} \quad x = \frac{G \cdot g - Hh}{G}.$$

Darin bedeutet G das Gesammtgewicht $G_1 + G_2$, g dessen Hebelarm S_2F, H den Horizontalschub, h dessen Hebelarm S_2M.

---

2. Fall. Die Widerlagsstärke ist nicht gegeben, sondern soll erst bestimmt werden.

Zu dem Zwecke ist, wie in Abb. 39, eine Anzahl von Lamellen, aber von beliebig angenommener Breite, mit ihren Schwerlinien vom Gewölbe ab zu zeichnen. Die Gewichte dieser Lamellen, berechnet aus der angenommenen Breite und der gegebenen Höhe, ist in den Kräfteplan einzutragen und darnach die Fortsetzung der Drucklinie des Gewölbes zu konstruiren. Dadurch ergiebt sich der Schnittpunkt L_1 und es ist nun das als angemessen erachtete Maass L_1F_1 zu bestimmen.

Soll ein bestimmter Sicherheitsgrad, z. B. $1\frac{1}{2}$fache oder 2fache Sicherheit hergestellt werden, so ist im Kräfteplane auf der Horizontalen das $1\frac{1}{2}$fache, bezw. 2fache Maass des Horizontalschubes H abzutragen und von dem

so erhaltenen neuen Pole aus die Fortsetzung der Drucklinie vom Gewölbe an im Widerlager zu konstruiren, wie in Abb. 39 punktirt, mit dem Pol O_1 angegeben.

Das Widerlager des Gurtbogens einer Kellerüberwölbung.

Dasselbe ist in Abb. 40 Blatt 22 projectirt für den im § 10 unter Nr. 4 und in Abb. 15 Blatt 7 behandelten Gurtbogen von 4,5 m Spannweite, 1/8 Pfeil, 51 cm hoch und 51 cm breit, mit anschliessenden 2 Kappenhälften, jede 1,8 m halbe Spannweite 12 cm stark; die rechte Hälfte mit 500 kg/qm Nutzlast, die linke Hälfte ohne Nutzlast. Das in Abb. 40 im Profile und im Grundrisse projectirte Widerlager bezieht sich auf die linke Seite (ohne Nutzlast), welche in Betreff des Widerlagers am ungünstigten ist. Die auf der Kellermauer stehende Gebäudemauer ist 2 Geschosse hoch mit Kniegeschoss angenommen, jedes der beiden Geschosse, einschliesslich Balkenlage 4,0 m hoch, im Erdgeschosse 51 cm und im Obergeschosse 38 cm stark; die Kniegeschossmauer 1,5 m hoch, 38 cm stark. Das Gewicht des halben Gurtbogens mit den beiden anschliessenden Kappenhälften beträgt 4,41 cbm und der Horizontalschub $H = 11{,}3$ cbm. Das Gewicht der Kellermauer, des Gurtpfeilers, der in dessen Breite vorhandenen Theile der Kappengewölbe, sowie der oberen Gebäudemauern, der Decken und des Daches, ist berechnet zu 19 cbm, und die Entfernung der Schwerlinie dieses Gewichtes von der Kippungskante A zu 0,54 m. Die Resultante des Gewölbes schneidet diese Schwerlinie im Punkte B. Von diesem Punkte auf der nach unten verlängerten Schwerlinie S das Gesammtgewicht $4{,}41 + 19{,}0 = 23{,}41$ cbm abgetragen und von C auf dessen Horizontale den Horizontalschub $H = 11{,}3$ cbm aufgetragen, so ergiebt

sich die Resultante *BD*. Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, schneidet dieselbe über die Kippungskante *A* hinaus, dis Konstruktion ist also nicht standfähig. Es muss daher entweder der Gurtbogen verankert werden, oder die Konstruktion muss entsprechend abgeändert werden, etwa durch Beschränkung der Spannweite des Gurtbogens auf 3,5 m und der Spannweite der Kappen auf 3,0 m, sowie durch weiteren Vorsprung des Gurtpfeilers etwa auf 1,0 m. In diesem Falle schneidet die Resultante die Sohle der Kellermauer in der Entfernung von 0,35 m, und es ist nun 1,85fache Sicherheit vorhanden.

Das Widerlager einer in Hannover ausgeführten gewölbten Kirche.

Das Mittelschiff hat eine lichte Weite von 8,4 m, und jedes der beiden Seitenschiffe von 4,3 m zwischen den Diensten. Die Jochweite ist = 7,7 m. Die Pfeiler zwischen Mittelschiff und Seitenschiffen haben einschliesslich der Dienste 1,3 m im Durchmesser und 10,9 m Höhe. Die Aussenmauern sind 0,83 m stark, die Strebepfeiler 0,83 m stark und 1,25 m vortretend. Die spitzbogigen Wölbungen haben folgende Pfeilhöhen: Mittelschiff, Gurtbögen 5,9 m, Grathbögen 6,9 m; Seitenschiff, Gurtbögen 5,0 m, Grathbögen 6,0 m; Scheidebögen zwischen Mittel- und Seitenschiff 5,2 m bei 0,69 m Stärke. Das Mauerwerk ist aus Ziegeln in Kalkmörtel ausgeführt, die Kappen der Kreuzgewölbe aus porösen Ziegeln. Das Ziegeldach hat 12,2 m Höhe.

In Abb. 41 Blatt 22 ist das Profil der Aussenmauer mit Strebepfeiler, und der Grundriss einer Jochlänge von Mitte zu Mitte der Fenster gezeichnet.

Für die Berechnung des Widerlagers ist von der Aussenmauer die Länge 2,83 m (zu jeder Seite des Strebepfeilers 1,0 m Länge) angenommen.

Das Gewicht dieses Theiles, nebst Strebepfeiler, halbes Gewölbe mit Hintermauerung und Dachlast, ist berechnet zu 73,14 cbm, und die Entfernung der Schwerlinie S desselben von der Kippungskante A zu 1,70 m. Das Widerstandsmoment gegen Kippen nach Aussen um die Kante A ist also 73,14 cbm · 1,70 = 124,30 mcbm.

Das Gewicht des Pfeilers zwischen Seitenschiff und Mittelschiff, nebst den Scheidebögen und deren Uebermauerung, sowie die an beide Seiten anschliessenden Gewölbe und deren Hintermauerung, und ferner die Dachlast, ist berechnet zu 45,86 cbm, und die Entfernung der Schwerlinie von der Kippungskante des Pfeilers zu 0,48 m. Das Widerstandsmoment gegen Kippen nach Aussen ist also = 45,86 cbm · 0,48 m = 22,07 m cbm.

Die Summe beider Widerstandsmomente beträgt 124,30 + 22,07 = 146,37 m cbm.

Der Horizontalschub H des Seitenschiffgewölbes hat sich ergeben zu 1,03 cbm; derselbe wirkt an dem Hebelarm 15,1 m, das Schubmoment ist also

= 1,03 cbm · 15,1 m = 15,55 m cbm.

Der Horizontalschub des Mittelschiffgewölbes hat sich ergeben zu 2,29 cbm; demselben wirkt entgegen der Horizontalschub der zweiten Hälfte des Seitenschiffgewölbes 1,03 cbm, der Schubüberschuss ist also 2,29 — 1,03 = 1,26 cbm; derselbe wird durch das Widerstands-Moment des Mittelpfeilers, einschliesslich dessen Belastung fast völlig aufgehoben, der Ueberschuss aber durch die Gurtbogen-Uebermauerung und die Kappen auf die Aussenmauer übertragen. Der vorgenannte Schubüberschuss von 1,26 cbm

wirkt an dem Hebelarme 15,1 m, hat also das Schubmoment 1,26 cbm · 15,1 m = 19,03 mcbm. Die Summe der beiden Schubmomente beträgt

$$15{,}55 + 19{,}03 = 34{,}58 \text{ mcbm.}$$

Die vereinigten Widerstandsmomente sind vorstehend ermittelt zu 146,37 mcbm, demnach vorhanden $= \frac{146{,}37}{34{,}58}$ = 4,2fache Sicherheit. Demnach schneidet die Resultante R die Sohle der Widerlagsmauer in der Entfernung $\frac{1{,}70}{4{,}2}$ = 0,40 m von der Schwerlinie, und 1,70 — 0,40 = 1,30 m von der Kippungskante A.

Der Horizontalschub auf das äussere Widerlager berechnet sich wie folgt:

$$H = \frac{G \cdot g}{h};$$

G ist = 73,14 cbm; g (für die Grenze des Gleichgewichts)

$$= \frac{1{,}70}{4{,}2} = 0{,}40;$$

und h = 15,1 m; also

$$H = \frac{73{,}14 \cdot 0{,}40}{15{,}1} = 1{,}94 \text{ cbm.}$$

Ausser dem Gewölbeschube kommt nun aber weiter in Betracht der Schub durch den Winddruck. Die Berechnung hat ergeben, dass unter Mitberücksichtigung des Windschubes doch noch 2fache Sicherheit, also ein reichlich hoher Sicherheitsgrad vorhanden ist.

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

RETURN TO → **MAIN CIRCULATION**

ALL BOOKS ARE SUBJECT TO RECALL
RENEW BOOKS BY CALLING **642-3405**

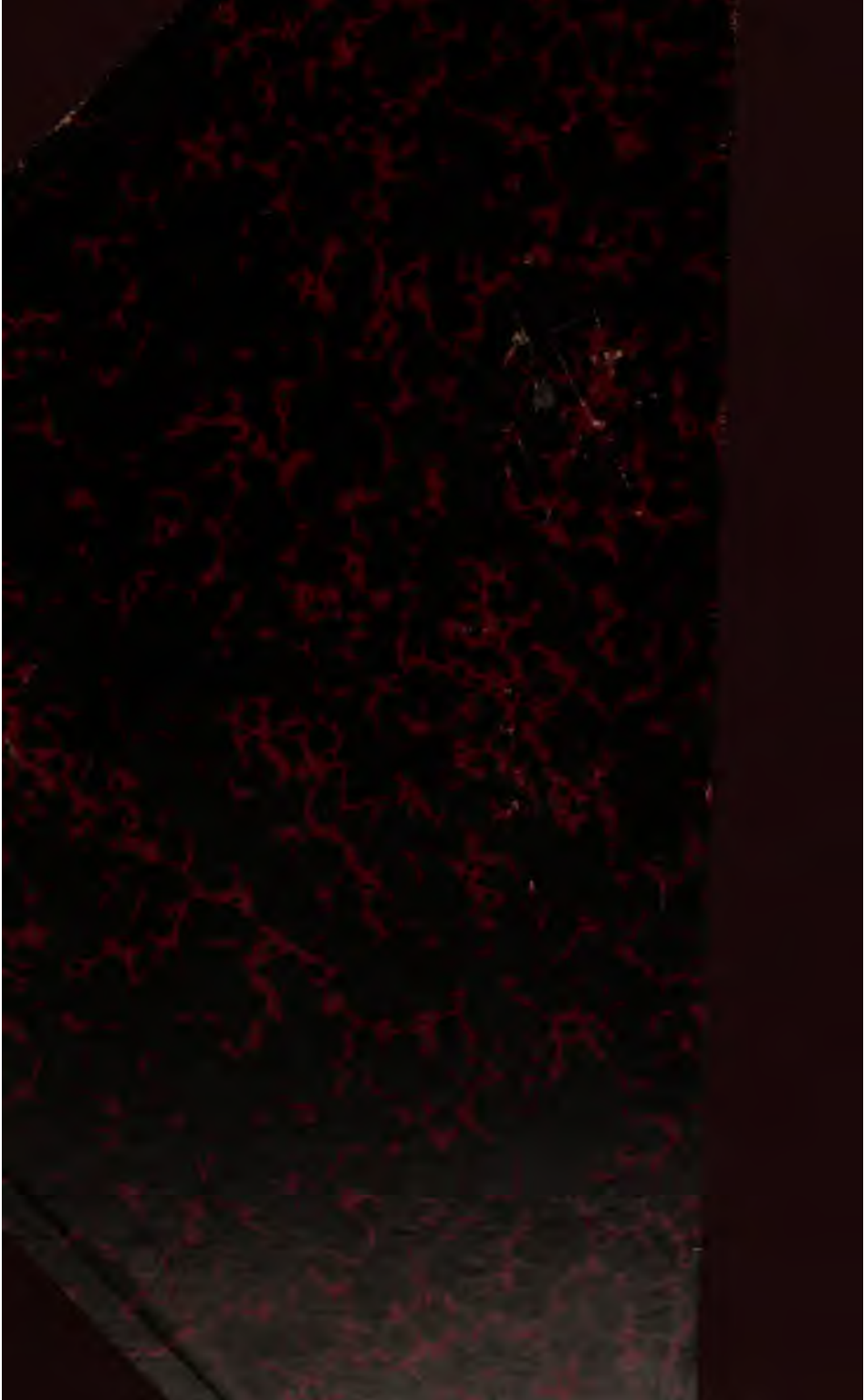
DUE AS STAMPED BELOW

	MAR 25 1994	
	MAR 25 '94	

UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY
BERKELEY, CA 94720

FORM NO. DD6

YC 13002

U. C. BERKELEY LIBRARIES

C046738988